



INFORME DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN DE LOS GRUPOS DE
INVESTIGACIÓN “*PENSAMIENTO NUMÉRICO Y ALGEBRAICO*” E “*HISTORIA
DE LAS MATEMÁTICAS Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA*”

Reunión intermedia (MADRID-2017)

Coordinadores de los grupos:

Antonio Codina Sánchez, Universidad de Almería (acodina@ual.es)

Luis Puig, Universitat de València Estudi General (luis.puig@uv.)

En este documento describimos la actividad realizada en el seno de los grupos PNA y HMEM en el contexto de la reunión intermedia celebrada en las universidades Rey Juan Carlos y Complutense, en Madrid los días 10 y 11 de marzo de 2017. Como viene siendo habitual en los últimos años, estos dos grupos trabajan conjuntamente y en esta ocasión tuvieron dos sesiones de trabajo en las que se presentaron 14 comunicaciones sobre investigaciones realizadas por especialistas de diferentes universidades españolas.

Como en ediciones anteriores, el seminario fue un punto de encuentro para la discusión y análisis de trabajos en elaboración. Con objeto de fomentar la interacción entre los componentes de los grupos, en esta edición de la reunión intermedia pusimos en práctica una pequeña variación respecto de otras ediciones en cuanto a la estructura y dinámica del seminario. Concretamente, las comunicaciones fueron presentadas por los ponentes sin turno de preguntas, contando cada ponente con 25 minutos para la exposición. A continuación, se crearon distintos grupos de trabajo, en función de las comunicaciones e interés de los asistentes, que permitió conocer y discutir con mayor profundidad dichos trabajos en un ambiente más cercano con el autor/es. Ello facilitó discusiones más distendidas y fortaleció los lazos entre los asistentes.

Las sesiones se celebraron tal y como estaba previsto, y la nueva propuesta de dinámica de trabajo fue valorada positivamente. Queremos desde aquí agradecer al Comité Local (Miguel Ángel Baeza Alba, Coordinador-Universidad Complutense de Madrid; Mónica Arnal Palacián, Coordinadora-Universidad Rey Juan Carlos; Francisco Javier Claros Mellado, Universidad Complutense de Madrid; Isabel Duarte Tosso, Universidad Rey Juan Carlos y Nuria Joglar Prieto, Universidad Complutense de Madrid) el gran esfuerzo y trabajo realizado para que la reunión fuera todo un éxito.

A continuación detallamos los resúmenes de las comunicaciones presentadas tal y como fueron enviadas por los autores:

Resúmenes

Viernes 10 de marzo		
Hora	Título	Autores
10:00-10:30	Flexibilidad matemática y resolución de ecuaciones lineales de una variable.	Nuria Joglar Miguel A. Abánades Jon Star

Entendemos por “flexibilidad matemática” la habilidad para generar diferentes estrategias para resolver un problema y a la vez ser capaz de compararlas y reconocer la más eficaz en cada caso. La resolución de ecuaciones es un contenido especialmente apropiado para al estudio de la flexibilidad dado que generalmente una ecuación se puede resolver de varias maneras diferentes. En esta comunicación se presenta para su discusión un primer estudio llevado a cabo utilizando instrumentos validados y específicamente diseñados por investigadores de EE.UU. y China para medir la flexibilidad de estudiantes de 2º de ESO al resolver ecuaciones lineales de una variable. Un total de 264 estudiantes de 4 centros españoles participaron en esta primera experiencia en la que tenían que resolver 12 ecuaciones lineales de varias formas diferentes señalando para cada ecuación la solución que pensaban era la más eficaz entre las que habían generado.

Palabras clave: Flexibilidad matemática, adaptabilidad, conocimiento procedimental, resolución de ecuaciones.

Viernes 10 de marzo		
Hora	Título	Autores
10:30-11:00	Tipos de patrones y evidencia de generalización en estudiantes de tercero y quinto de primaria. Un estudio comparativo.	Eder Pinto María C. Cañadas

Desde un enfoque funcional del álgebra escolar, presentamos un estudio comparativo entre estudiantes de tercero y quinto de Educación Primaria, centrado en los tipos de patrones, la generalización y la relación entre ambos en los dos cursos considerados. Analizamos las respuestas escritas dadas por los estudiantes a varias cuestiones sobre un problema contextualizado que involucra una función lineal. Los resultados manifiestan

diferencias en la variedad de patrones identificados por estudiantes de ambos cursos, siendo mayor en tercero. Los estudiantes de tercero tienden a trabajar con casos particulares, con algunas evidencias de generalización. La mayoría de los estudiantes de quinto generaliza el patrón usado para casos particulares. En este curso, está presente la generalización en cuestiones relativas a casos particulares, a diferencia de tercero.

Palabras clave: pensamiento algebraico, pensamiento funcional, patrones, generalización

Viernes 10 de marzo		
Hora	Título	Autores
11:30-12:00	El uso del método analítico de las exploraciones sucesivas en la búsqueda de las causas de los referentes múltiples para la incógnita.	David Arnau, José A. González Carlos Soneira

Los referentes múltiples para la incógnita son un error que acontece en la resolución algebraica de problemas verbales y que consiste en la representación de cantidades distintas mediante la misma letra (Stacey y MacGregor, 2000). Soneira, González-Calero y Arnau (en revisión) señalan que este tipo de error puede deberse principalmente a una falta de coordinación entre sistemas matemáticos de signos en la traducción del enunciado a ecuaciones o/y a una errónea identificación del modelo del problema. En esta comunicación presentamos el diseño de un estudio que pretende ponderar cada una de las causas señaladas de este error. Con este fin se plantea un estudio con estudiantes para maestros de educación primaria en la cual se comparan resoluciones de problemas algebraicos mediante el método analítico de las exploraciones sucesivas (MAES) y el método cartesiano (MC).

Palabras clave: problemas verbales, álgebra, referentes múltiples, método cartesiano

Referencias

Soneira, C., González-Calero, J.A., y Arnau, D. (2017). Indexical expressions in word problems and their influence on multiple referents of the unknown. Manuscrito enviado para publicación.

Stacey, K., & MacGregor, M. (2000). Learning the algebraic method of solving problems. *Journal of Mathematical Behaviour*, 18(2), 149-167.

Viernes 10 de marzo		
Hora	Título	Autores

12:00-12:30	Ciclos de diseño, implementación y análisis en una propuesta de pensamiento relacional con igualdades en un entorno online.	Marisa Reguero Carlos de Castro Mónica Ramírez Patricia Gutiérrez
-------------	---	--

Describimos una propuesta para el aprendizaje online de las matemáticas diseñada dentro de una línea de “early algebra”, implementada en la plataforma Smartick. La propuesta está compuesta por dos unidades: a) Pensamiento relacional aditivo con números hasta 100, unidad que consta de 7 lecciones; y b) Pensamiento relacional aditivo hasta 1000, con 9 lecciones. Cada lección diaria se compone de 4 tipos de tareas con igualdades: 1) Tareas de evaluación, con tres sentencias verdaderas o falsas, 2) Tareas de corrección, con una sentencia verdadera o falsa que se puede corregir, 3) Tareas de completar, con una sentencia en la que falta un número, y 4) Tareas con letras, análogas a las de completar, pero con una letra en lugar de un hueco. Mostramos cómo se realizan en la plataforma los ciclos sucesivos de diseño, implementación, análisis retrospectivo, y rediseño.

Palabras clave: early algebra, educación primaria, igualdades, pensamiento relacional, pensamiento aditivo, tecnologías de la información y la comunicación en educación.

Viernes 10 de marzo

Hora	Título	Autores
16:00-16:30	¿Ayudan los materiales manipulativos a resolver problemas aritméticos verbales de estructura aditiva?	Patricia Gutiérrez Carlos de Castro Mónica Ramírez

Presentamos una propuesta de enseñanza en un entorno online de problemas aritméticos verbales de estructura aditiva. Los problemas se presentan en dos versiones: 1) enunciados de la “vida cotidiana” o 2) enunciados a una manipulación de un rekenrek virtual. En cada problema, el alumno pueden decidir entre usar el ábaco o no usarlo. Estudiamos, con niños de los primeros cursos de primaria, los índices de dificultad de los problemas en función de la edad, el tipo de enunciado (cotidiano o de ábaco), la categoría semántica del problema y del uso del ábaco. Se realiza un análisis retrospectivo de los datos obtenidos en la implementación de la propuesta. Finalizamos con reflexiones sobre el uso de materiales manipulativos virtuales en un sistema online que se adapta a las características individuales de los estudiantes y sobre el aprendizaje de procesos de modelización de enunciados.

Palabras clave: Educación Primaria, Problemas aritméticos verbales, categorías semánticas, materiales manipulativos, métodos de aprendizaje online, tecnologías de la información y la comunicación en educación.

Viernes 10 de marzo		
Hora	Título	Autores
16:30-17:00	Diseño de un experimento para estudiar la influencia de la estructura sintáctica en la incidencia del error de inversión.	David Arnau Carlos Soneira José A. González

Presentamos un experimento, en su fase de diseño, para determinar la influencia de la estructura sintáctica del enunciado verbal en la comisión del error de inversión. Al escribir la ecuación que representa una comparación expresada en lenguaje verbal, se considera que una de las causas del error de inversión consiste en la traducción lineal, de izquierda a derecha, de las palabras al lenguaje algebraico, manteniendo el orden de aparición. Dependiendo de la estructura sintáctica del enunciado, esta estrategia conducirá a una ecuación correcta o a un error de inversión. Buscamos un diseño que permita contrastar la hipótesis de que la estructura sintáctica influye en la incidencia del error.

Palabras clave: Resolución de problemas, Lenguaje algebraico, Sintaxis, Error de inversión.

Viernes 10 de marzo		
Hora	Título	Autores
17:00-17:30	Análisis sobre el aprendizaje de la modelización en la resolución de problemas de matemáticas.	Jesús Montejo Alexander Maz Elvira Fernández

La presente comunicación explora cómo se produce el aprendizaje de la modelización, que es una destreza indispensable para el desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes de todos los niveles (Stacey, 2015). Nuestro objetivo es comprender los factores que favorecen el desarrollo de este proceso que nos permitan desarrollar pautas para trabajar la modelización matemática en diferentes niveles de forma transversal a los contenidos. Planteamos, con este fin, un estudio exploratorio para determinar qué elementos de un problema que favorecen la construcción de modelos matemáticos que permitan abordarlo. Los instrumentos de análisis y la metodología son elementos determinantes en nuestra investigación.



Palabras clave: Modelización matemática, competencia matemática, pensamiento algebraico

Viernes 10 de marzo		
Hora	Título	Autores
18:00-18:30	Un modelo dinámico para predecir la dificultad en la resolución de problemas aritméticos	Maria T. Sanz José A. González Miguel Arevalillo David Arnau

Los problemas verbales ocupan un papel importante en el contexto escolar, siendo uno de los ejes principales en la actividad matemática en el campo de la resolución de problemas en educación primaria. La evaluación del nivel de competencia como resolutor de un estudiante cuando aborda problemas de manera aritmética ha sido objeto de estudio de muchos trabajos. Habitualmente, esta evaluación se realiza a partir de resoluciones producidas en papel y lápiz. Sin embargo, en los últimos años han comenzado a surgir herramientas informáticas diseñadas ad hoc que permiten controlar variables que difícilmente podrían ser medidas en contextos no tecnológicos. En concreto, el recurso a sistemas tutoriales inteligentes posibilita acceder a estados de resolución que quedarían ocultos cuando el estudiante resuelve con lápiz y papel. En este marco, y a partir de los datos recogidos por estudiantes cuando resuelven problemas usando un sistema tutorial inteligente, se construye un modelo dinámico que permite observar la evolución del aprendizaje de los estudiantes, así como predecir cuál será su actuación en un problema verbal a partir de las variables de la tarea (la dificultad a priori) y del sujeto (la comprensión lectora del estudiante o su habilidad previa a la hora de resolver problemas).

Palabras clave: Resolución de Problemas, Problemas Verbales, Aritmética, Sistema Tutorial Inteligente, Modelos Dinámicos.

Viernes 10 de marzo

Hora	Título	Autores
18:30-19:00	Estudio sobre el desarrollo del pensamiento computacional y la adquisición de conceptos matemáticos mediante Scratch	José Antonio Rodríguez José A. González José Manuel Sáez

El uso de lenguajes de programación visuales como *Scratch* ha reactivado la investigación sobre el potencial de la programación en el aprendizaje de las matemáticas. A pesar de ello aún son escasos los trabajos en la etapa de Educación Primaria. En esta comunicación se presenta el diseño de una investigación cuasi-experimental que estudia el uso de *Scratch* con alumnos de 6º de Educación Primaria tanto en la adquisición de conceptos matemáticos como en el desarrollo del pensamiento computacional. La fase experimental consta de una intervención en el aula dividida en dos etapas, una ligada a la instrucción en el lenguaje de programación y diseñada sobre diferentes elementos del pensamiento computacional, y otra etapa plenamente orientada a la resolución de tareas matemáticas (p. ej., problemas de divisibilidad).

Palabras clave: Resolución de problemas, Scratch, pensamiento computacional y educación primaria.

Viernes 10 de marzo

Hora	Título	Autores
19:00-19:30	Diseño de un taller de medida de longitud para segundo ciclo de Primaria: una experiencia de investigación-acción.	Carmen Cañabete Isabel Romero Antonio Codina

Los estudiantes para Maestro necesitan marcos para articular el diseño y análisis de intervenciones en el aula de Primaria. Siguiendo la propuesta de Gómez y Romero (2015), se presenta una investigación-acción llevada a cabo por una estudiante de Practicum, en la que diseña y evalúa, en una serie de ciclos sucesivos, un taller de medida de longitud. Los resultados ponen en evidencia el potencial del marco teórico y metodológico para que la estudiante para maestro potencie el desarrollo de capacidades relativas a la medida de magnitudes en el alumnado de Primaria, detecte dificultades y errores, y refine sucesivamente el diseño inicial.

Palabras clave: Investigación-acción, medida, longitud, ciclos de diseño

Sábado 11 de marzo

Hora	Título	Autores
09:00-09:25	Diseño y estudio piloto de instrumento para caracterizar el Talento Matemático.	Johan Espinoza José Luís Lupiáñez Isidoro Segovia

Se presenta el diseño de un instrumento de invención de problemas que pretende caracterizar el talento matemático y al cual se le aplicó un estudio piloto con dos grupos de estudiantes costarricenses con competencias matemáticas distintas. Para su elaboración se estudió la literatura relacionada con la clasificación y diseño de tareas de invención de problemas, así como las características del talento matemático asociadas con este tipo de actividades. A partir de esto se decidió que el instrumento estuviera conformado por 4 test de invención de problemas y estos a su vez por dos tareas cada uno. Los resultados del estudio nos permitió realizar algunos ajustes al instrumento, tanto en el enunciado como en las indicaciones de las tareas, de manera que el instrumento estuviera más adecuado para los estudiantes y se obtuvieran problemas matemáticos con mayor riqueza.

Palabras clave: Resolución de problemas, Invención de problemas, Talento Matemático, Educación Matemática.

Sábado 11 de marzo

Hora	Título	Autores
09:25-09:50	Elaboración de una metodología cualitativa de análisis de las resoluciones aritméticas de problemas verbales.	Miguel Ángel García David Arnau José A. González Miguel Arevalillo

Presentamos los primeros pasos en el diseño de una metodología de análisis de las actuaciones de los estudiantes cuando se enfrentan a la resolución de problemas aritméticos. Nuestra propuesta se articula en torno a dos ejes: (a) la resolución aritmética exige desencadenar procesos cognitivos analítico-sintéticos (Kalmykova, 1975); (b) estos episodios analítico-sintéticos pretenden hacer operativos a un conjunto finito de esquemas conceptuales (Riley, Greeno y Heller, 1983). En esta comunicación ofreceremos ejemplos de la puesta en práctica de esta metodología para analizar las producciones de estudiantes de quinto curso de primaria cuando resolvían problemas verbales de manera aritmética. Entre los resultados se destaca que en ocasiones los estudiantes centran el proceso de análisis-síntesis en el uso de un determinado esquema



conceptual, en lugar de organizar la resolución en torno al estado actual de las cantidades conocidas y desconocidas que participan en el proceso de resolución.

Palabras clave: resolución de problemas, problemas verbales, aritmética, análisis-síntesis, esquemas conceptuales

Referencias

Kalmykova, Z. I. (1975). Analysis and synthesis as problem solving methods. En J. Kilpatrick, I. Wirszup, E. G. Begle, J. W. Wilson, y M. G. Kantowski (Eds.), *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics* (Vol XI, pp. 1–171). Stanford, CA: School Mathematics Study Group Stanford University and Survey of Recent East Europe Mathematical Literature.

Riley, M. S., Greeno, J. G., y Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. En H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). New York: Academic Press.

Sábado 11 de marzo

Hora	Título	Autores
09:50-10:15	Creencias sobre las matemáticas y su enseñanza de maestros en formación.	Noelia Pérez Escobar Francisco Gil Cuadra Ana Belén Montoro

Dada la influencia de las creencias del profesorado sobre las matemáticas y su enseñanza en el modo en el que organizan el aula, en este trabajo se identifican las creencias que tienen futuros maestros de educación primaria sobre la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes. Para ello, se administró un cuestionario cerrado a 192 estudiantes de último curso del grado de educación primaria de la Universidad de Almería. En general, vemos que los futuros docentes apuestan por una enseñanza de las matemáticas que parta de las necesidades, motivaciones y características del alumnado, que sea útil para la vida cotidiana. Esto hace que manifiesten una necesidad de revisión de los sistemas educativos, los currículum y métodos del profesorado.

Palabras clave: Creencias, estudiantes para maestro, primaria, matemáticas



Sábado 11 de marzo

Hora	Título	Autores
11:30-11:45	Situación del grupo, expectativas.	Antonio Codina

En esta comunicación se presentan las distintas tesis defendidas en 2016 asociadas al grupo Pensamiento Numérico y Algebraico. Así mismo, analizaremos los resultados de la encuesta de satisfacción de la reunión del grupo dentro del Simposio de la SEIEM celebrado el pasado mes de Septiembre en Málaga. Por último analizaremos brevemente el nuevo formato de seminario puesto en práctica y la proyección futura del grupo.