

REUNIÓN DE LOS GRUPOS DE INVESTIGACIÓN
PENSAMIENTO NUMÉRICO Y ALGEBRAICO
E HISTORIA DE LA MATEMÁTICA
Y LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA



XVIII SEIEM, Salamanca

4 al 6 de septiembre de 2014

PRESENTACIÓN

Los grupos de investigación 'Pensamiento Numérico y Algebraico' (PNA) e 'Historia de la Matemática y la Educación Matemática' (HMEM), trabajarán conjuntamente durante el desarrollo del XVIII simposio de la SEIEM. Estos grupos tienen programadas dos sesiones de trabajo en el aula 2.3:

- Jueves 4, 18:00-19:30h
- Sábado 6, 11:30-13:00h

Durante estas sesiones se presentarán y comentarán seis comunicaciones, según el programa siguiente. El resumen de cada una, los autores y las palabras clave están incluidos a continuación. El tiempo programado incluye la presentación y el debate posterior, por lo que es muy recomendable que la presentación no agote los 25 minutos asignados a cada comunicación.

PROGRAMA

Jueves 4 de septiembre

18:00-18:15h.

Bienvenida y presentación de las sesiones de trabajo

18:15-18:40h.

Modelización algebraica de problemas en 1º de Bachillerato

M^a Jesús Salinas Portugal, Universidad de Santiago de Compostela

18:40-19:05h.

Usos del conocimiento matemático. El sistema de numeración decimal

José Luis González Marí, Universidad de Málaga

19:05-19:30h.

Problemas clásicos de fracciones encadenadas

Bernardo Gómez Alfonso, Universidad de Valencia

Sábado 6 de septiembre

11:30-11:55h.

Aprendizajes de las interpolaciones gráficas y algebraicas. Análisis comparativo

Ainhoa Berciano Alcaraz, Universidad del País Vasco

11:55-12:20h.

Resultados y líneas de trabajo derivados de una investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas verbales mediante un sistema tutorial inteligente

José Antonio González-Calero, Universidad de Castilla La Mancha

12:20-12:45h.

Un análisis de las actuaciones de los estudiantes cuando resuelven problemas de manera aritmética usando un sistema tutorial inteligente

Miguel Ángel García Moreno, Universidad de Valencia

12:45-13:00h.

Investigación en Historia de las Matemáticas y cierre de la reunión

Luis Puig Espinosa, Universidad de Valencia

RESÚMENES

Comunicación 1, jueves 4, 18:15h

MODELIZACIÓN ALGEBRAICA DE PROBLEMAS EN 1º DE BACHILLERATO

M^a Jesús Salinas, M^a Dolores Rodríguez, Pablo González y Rubén Figueroa

Este trabajo se enmarca dentro del Proyecto de Investigación SEJ2004-07346/EDUC sobre la problemática del estudio del Álgebra en Educación Secundaria. Uno de los objetivos de dicho proyecto era “evaluar los significados que, sobre los objetos algebraicos, construyen los estudiantes de educación secundaria en Galicia, a través de problemas abiertos, mediante el análisis de sus procesos resolutivos y argumentaciones justificativas”. Uno de los cuatro aspectos en los que se concretó este objetivo se refería a la modelización algebraica de problemas, aspecto en el que nos centraremos en nuestro estudio.

En la publicación Cajaraville y otros (2012) derivada del proyecto arriba señalado, se recogen los resultados de un cuestionario aplicado a una muestra de alumnos de 4º de ESO y 1º de BAC. En dicho cuestionario se contemplan cinco problemas de modelización, tres para secundaria y dos para bachillerato, de los cuales nos centraremos en el análisis pormenorizado de uno de ellos realizado por una muestra de 80 alumnos de 1º de BAC.

Para Socas (1997) las dificultades generadas en el aprendizaje de las matemáticas se concretan en forma de obstáculos y se manifiestan en los alumnos en forma de errores. Dichos errores los clasifica según sean originados por un obstáculo, ausencia de sentido y por una actitud afectiva y emocional.

En nuestro estudio se analizan los errores cometidos por alumnos de primero de bachillerato al resolver un problema abierto, para ello hemos seguido la clasificación de Ruano, Socas y Palarea (2008) centrándonos en los errores originados por *ausencia*

de sentido que, a su vez, clasifican en: 1) errores del álgebra que tienen su origen en la aritmética, 2) errores de procedimiento, 3) errores propios del lenguaje algebraico.

Cajaraville, J. A. y otros (2012). *Problemática didáctica del estudio del álgebra en educación secundaria*. Universidad de Santiago de Compostela. Santiago de Compostela.

Ruano, R., Socas, M. M. y Palarea, M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por los alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *PNA*, 2(2), 61-74

Socas, M. M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. Cap. V, pp. 125-154. En Rico, L. y otros: *La educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Ed. Horsori. Barcelona.

Palabras clave: álgebra, modelización, análisis de errores, resolución de problemas, bachillerato

Comunicación 2, jueves 4, 18:40h

USOS DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO. EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

José Luis González, Antonio Luis Ortiz y Jesús Gallardo

La comprensión de los conocimientos matemáticos elementales constituye un requisito necesario para el desarrollo de una docencia de calidad. Conscientes de ello, venimos desarrollando una investigación sobre la comprensión y el dominio de los conocimientos, procedimientos y destrezas que poseen, los errores que cometen y las estrategias que utilizan los estudiantes del nuevo Grado de Maestro en Educación Primaria acerca de los sistemas de representación numérica. El estudio utiliza y pone a prueba un modelo operativo para la interpretación de la comprensión del conocimiento matemático de Gallardo y colaboradores, que parte del análisis epistemológico y fenomenológico del conocimiento matemático para la elaboración, en una primera fase, de diversos instrumentos de recogida de datos. Los datos obtenidos han permitido establecer unas pautas generales sobre la comprensión y el dominio de los sistemas de numeración en los sujetos de las muestras consideradas, disponer de una primera aproximación a la valoración del estado de la comprensión, configurar una visión global de la situación del problema al iniciar los estudios universitarios y disponer de indicios razonables sobre los efectos que en este tema ha propiciado el desarrollo de la nueva asignatura Didáctica de la Aritmética.

Pero la aproximación cognitiva global descrita sólo proporciona una información de patrones y comportamientos generales que debe ser completada con análisis semióticos (significados de las respuestas, sintáxis, errores y estrategias, entre otros) y hermenéuticos (identificación de rastros de comprensión, influencia de las características de los escenarios de valoración o la intervención de los sujetos en el propio proceso de valoración). Con ello, además de obtener nueva información sobre el problema, estaremos en condiciones de confirmar que los errores cometidos y las estrategias utilizadas al resolver tareas propias del campo analizado proporcionan información privilegiada sobre las limitaciones, dificultades y otras características de las capacidades, destrezas y maneras de razonar puntuales relacionadas con los sistemas de numeración (Hipótesis H3).

Con el propósito de atender las dimensiones semiótica y hermenéutica del modelo, hemos realizado, en primer lugar, un análisis puntual de las respuestas de los sujetos a las tareas propuestas, tratando de identificar y estudiar los usos del conocimiento matemático, las estrategias utilizadas, los estilos de pensamiento y la tipología de errores cometidos, y, en segundo lugar, el análisis de las entrevistas semiestructuradas realizadas a una muestra reducida de alumnos con el propósito de profundizar en las facetas más ocultas de la comprensión e involucrar a los sujetos en la interpretación de su propia comprensión. Para ello cobra sentido lo que venimos denominando “usos del conocimiento matemático” y que analizamos brevemente en la presente comunicación.

Palabras clave: Conocimiento del Contenido Matemático de Profesores, Comprensión del Conocimiento Matemático, Sistema de Numeración Decimal, Sistemas de Representación Numérica, Grado de Maestro en Educación Primaria.

Comunicación 3, jueves 4, 19:05h

PROBLEMAS CLÁSICOS DE FRACCIONES ENCADENADAS

Bernardo Gómez y María Teresa Sanz

Con este nombre se conocen los problemas aritméticos que la tradición escolar ha transmitido que consisten en realizar el reparto de una cantidad de magnitud en fracciones. Las fracciones se encadenan en la medida cada fracción actúa sobre el efecto de una fracción antecedente.

En este trabajo se presentan los primeros resultados de una investigación de tipo histórico epistemológico en la que se estudian los distintos tipos de problemas y sus lecturas analíticas.

Palabras clave: Fracciones encadenadas, cantidad de magnitud, tipos de problemas aritméticos

Comunicación 4, sábado 6, 11:30h

APRENDIZAJES DE LAS INTERPOLACIONES GRÁFICAS Y ALGEBRAICAS. ANÁLISIS COMPARATIVO

Ainhoa Berciano y Milagros Puerta

En esta comunicación presentamos un estudio empírico sobre la Interpolación/Extrapolación Gráfica y Algebraica con alumnado de Bachillerato de Ciencias Sociales. A la hora de abordar el problema de la interpolación/extrapolación de una función hemos probado que con una instrucción específica con las plantillas gráficas adecuadas la interpolación y extrapolación gráficas son más sencillas para el alumnado que las algebraicas, obteniéndose una diferencia significativa positiva en los resultados académicos con el método gráfico. Además, al interpolar/extrapolar algebraicamente, la dificultad de la resolución depende del tipo de función y del número y tipo de parámetros, mientras que en caso de la interpolación/extrapolación gráfica no existe tal dependencia.

Palabras clave: interpolación, extrapolación gráfica, algebraica, funciones, bachillerato.

Comunicación 5, sábado 6, 11:55h

RESULTADOS Y LÍNEAS DE TRABAJO DERIVADOS DE UNA INVESTIGACIÓN SOBRE LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS VERBALES MEDIANTE UN SISTEMA TUTORIAL INTELIGENTE

José Antonio González-Calero, David Arnau y Luis Puig

En esta comunicación presentaremos algunos de los resultados de una investigación en la que se evaluó los efectos de una instrucción en la resolución algebraica de problemas verbales mediante un sistema tutorial inteligente (en adelante, STI). En el estudio participaron estudiantes de cuarto curso de Educación Secundaria y éste tuvo lugar antes de que los alumnos recibieran instrucción en la resolución algebraica de problemas verbales en ese curso aunque sí lo habían hecho en cursos previos. El estudio se caracterizó por un diseño experimental mixto, constanding de: 1) una etapa cuantitativa, con la que se pretendía determinar el efecto de distintas secuencias de enseñanza con el STI en la competencia de los estudiantes para resolver algebraicamente problemas verbales; y, 2) una etapa cualitativa, con el objeto de analizar las actuaciones de los estudiantes al resolver problemas verbales de manera algebraica haciendo uso del STI.

A grandes rasgos, los resultados cuantitativos apuntan a que el STI empleado es un instrumento con potencial en la enseñanza de la resolución algebraica de problemas verbales. Otros estudios previos habían ofrecido conclusiones similares en el mundo de la resolución aritmética de este tipo de problemas. Además, en este trabajo la comparación entre diferentes instrucciones permite analizar el papel de determinadas características del STI, así como de las ayudas suministradas por éste. En concreto, la investigación evidenció el efecto positivo de las ayudas específicas sobre el contenido de los problemas más allá de las ayudas generales al respecto del método de resolución. Por otro lado, la fase cualitativa del estudio, consistente en un estudio de casos en el que tomaron parte participantes de la etapa cuantitativa, puso de manifiesto una serie de dificultades de los estudiantes a la hora de resolver algebraicamente problemas verbales en el STI. De hecho, el uso de este STI permite observar algunas dificultades, que no serían visibles en una resolución en lápiz y papel, al requerir que el resolutor asigne una expresión algebraica para cada una de las cantidades involucradas en la resolución. En la comunicación se abordarán brevemente algunas de ellas, especialmente aquéllas que tienen su origen en: la tendencia a aislar proposiciones del enunciado a la hora de traducir éste al lenguaje algebraico, la tendencia a asignar una letra a la cantidad por la que se pregunta en el enunciado o la tendencia a escribir ecuaciones en la forma $x = f(x)$. Finalmente, la comunicación se enfocará hacia las líneas de trabajo abiertas tras esta investigación, dentro de las cuales se pretende investigar la construcción de secuencias de enseñanza en las cuales el ITS desempeñe roles diferentes o la influencia de la herramienta en la emergencia de tendencias de actuación por parte de los estudiantes durante la resolución algebraica de problemas verbales.

Palabras clave: aprendizaje, resolución de problemas, problemas verbales, álgebra, sistemas tutoriales inteligentes.

Comunicación 6, sábado 6, 12:20h

**UN ANÁLISIS DE LAS ACTUACIONES DE ESTUDIANTES CUANDO RESUELVEN
PROBLEMAS DE MANERA ARITMÉTICA USANDO UN SISTEMA TUTORIAL
INTELIGENTE¹**

Miguel Ángel García, David Arnau, José Antonio González-Calero y Miguel Arevalillo-Herráez

Presentamos los primeros resultados de un trabajo de investigación que tiene entre sus objetivos elaborar un catálogo de las actuaciones de los estudiantes cuando resuelven problemas verbales de manera aritmética bajo la supervisión de un sistema tutorial inteligente (Arnau, Arevalillo-Herráez y González-Calero, 2014). Para tal fin hemos enfrentado a parejas de estudiantes de quinto curso de primaria a la resolución de problemas que previamente no habían sido capaces de resolver de manera individual. El hecho de organizar las observaciones por parejas de estudiantes se apoya en el criterio de Schoenfeld (1985) que señala que esta configuración permite describir de una manera más clara la toma de decisiones. Centraremos la presentación en los casos en los que se producen dificultades para avanzar en un determinado punto de la resolución con la intención de describir de qué manera interpretan los estudiantes los mensajes de error y las ayudas a demanda.

Arnau, D., Arevalillo-Herráez, M., & Gonzalez-Calero, J. A. (2014). Emulating Human Supervision in an Intelligent Tutoring System for Arithmetical Problem Solving. *Learning Technologies, IEEE Transactions on*, 7(2), 155-164. <http://dx.doi.org/10.1109/TLT.2014.2307306>.

Schoenfeld, A. (1985). Making Sense of "Out Loud" Problem-Solving Protocols. *Journal of Mathematical Behavior*, 4, 171-191.

Palabras clave: problemas verbales, resolución de problemas, resolución aritmética, sistemas tutoriales inteligentes, dificultades.

¹ Este trabajo se ha realizado en el marco de los proyectos de investigación EDU2012-35638 y TIN2011-29221-C03-02 del Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno de España; y del proyecto de innovación educativa DocenTIC UV-SFPIE DOCE13-147430 del Vicerectorat de Convergència Europea i Qualitat de la Universitat de València.