CONOCIMIENTO DE FUTUROS PROFESORES SOBRE INCERTIDUMBRE

Uncertainty knowledge of preservice teachers

Castilla-Mora, L.[a], Rifo, L.[b] y Climent, N.[a]

[a]Universidad de Huelva (España), [b]Universidade Estadual de Campinas (Brasil)

Resumen

En este trabajo se presenta una investigación centrada en el conocimiento de futuros maestros de Primaria sobre incertidumbre. Se han analizado las respuestas a dos preguntas de un cuestionario de 90 estudiantes del Grado de Maestro de la Universidad de Huelva que no habían recibido formación en probabilidad en el Grado. Los resultados indican que los futuros maestros asocian aleatoriedad a mecanismos de sorteo, en contexto equiprobable, aunque no dominan reglas básicas del cálculo de probabilidades. Además, si bien no logran asignar medidas de incertidumbre a sucesos desconocidos, se muestran capaces de ponderar informaciones parciales sobre contextos cotidianos, lo que les permite hacer afirmaciones subjetivas de probabilidad. Los resultados sugieren la inclusión del enfoque subjetivista en su formación.

Palabras clave: *probabilidad, incertidumbre, futuros maestros, Primaria.*

Abstract

This paper presents a research focused on preservice Primary teachers' knowledge about uncertainty. The answers to two questions from a questionnaire of 90 students of Primary Teacher Degree at University of Huelva have been analyzed. They had not received training in probability in the Degree. The results show that future teachers associate randomness with drawing mechanisms, in an equiprobable context, although they do not master basic rules of probability calculation. Besides, while they are unable to assign uncertainty measures to unknown events, they are capable of weighing partial information about everyday contexts, allowing them to make subjective statements of probability. The results suggest to include the subjectivist approach in their training.

Keywords: *probability, uncertainty, preservice teachers, Primary School.*

INTRODUCCIÓN

Si bien el estudio de la probabilidad forma parte de los currículos de Educación Primaria desde hace más de dos décadas, maestros y futuros maestros parecen no haber recibido formación adecuada para abordar su enseñanza. En parte, puede explicarse por la complejidad de la noción de aleatoriedad. Diversos estudios se han centrado en discutir interpretaciones de la probabilidad (clásica, frecuentista y subjetivista) y sus implicaciones en la enseñanza, como se menciona en Batanero (2016), así como en la formación y conocimiento de profesores (ver, por ejemplo, Chernoff y Sriraman, 2014).

Esta investigación se centra en el conocimiento de futuros maestros de Primaria sobre incertidumbre sin formación al respecto en el Grado. Los estudiantes para maestro de la Facultad de Educación de Huelva no inician su formación con igual manejo de estos contenidos, esto puede deberse a la diversidad de sus estudios antes del acceso. Además, en los niveles no universitarios se suelen trabajar dichos contenidos desde un enfoque

Castilla-Mora, L., Rifo, L. y Climent, N. (2021). Conocimiento de futuros profesores sobre incertidumbre. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T. y Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 189 – 196). Valencia: SEIEM.

clásico de probabilidad, si acaso incluyendo el significado frecuencial, enfatizando el modelo equiprobable y su aplicación a mecanismos de sorteo (Gómez, Ortiz y Gea, 2014).

Con estos antecedentes, la pregunta que guía el trabajo que presentamos en esta comunicación es cuál es el conocimiento de futuros maestros sobre probabilidad clásica (en concreto, probabilidad condicionada y cálculo de probabilidades), y sobre probabilidad subjetiva, antes de recibir formación al respecto en sus estudios para maestro. Nos preguntamos a su vez si hay asociación entre ambas comprensiones.

MARCO TEÓRICO

De los significados atribuibles a la aleatoriedad (e.g., Batanero, 2005), nos interesa especialmente la interpretación subjetiva y su utilización para la toma de decisiones. Dicho abordaje está basado en la teoría de la probabilidad como fue presentada inicialmente por De Finetti (2017) y desarrollada por diversos autores, como Kadane (1999) y Lindley (2006). Así, la probabilidad es vista, más que intrínseca a los fenómenos, como un modelo de la información parcial o incertidumbre del observador.

El enfoque subjetivista implica que nuestra asignación de probabilidades puede cambiar si cambia nuestra información. Ambos, asignación y actualización de la asignación, deben seguir reglas consecuentes de lo que llamamos coherencia, un concepto proveniente de la teoría de la decisión. Se ha demostrado que la axiomática relacionada con la coherencia es equivalente a la de Kolmogorov, lo que significa que se mantienen las reglas usuales del cálculo de probabilidades. Por otra parte, la interpretación clásica de la probabilidad es un caso particular de la asignación subjetiva, al considerar condiciones como simetría de los resultados de un experimento o falta de información.

Además de ser más amplio, el abordaje asociado a la teoría de la decisión utiliza un lenguaje próximo al cotidiano (e.g. coherencia o utilidad) que hace de la intuición del alumno una herramienta importante en la construcción heurística y formal de este contenido.

Desde la perspectiva subjetivista, el enfoque clásico de la probabilidad corresponde al caso particular en el que son aceptables condiciones de simetría de acuerdo con la información del observador. Si bien la equiprobabilidad es fundamental para desarrollar modelos matemáticos complejos con aplicación en diversas ciencias, tales aplicaciones son distantes de la realidad escolar de enseñanza básica. De esta forma, la exposición exclusiva al abordaje clásico, asociado típicamente a mecanismos de sorteo, muestra la probabilidad como algo sin mayores consecuencias en el cotidiano de los alumnos.

Por otro lado, la interpretación frecuencial, proveniente de teoremas como la Ley de los Grandes Números, no puede ser usada para definir probabilidad, ya que el resultado matemático es válido cuando se supone conocida la distribución de probabilidad de las variables en juego, bajo condiciones controladas de dependencia probabilística; o sea, pasa a ser una definición circular. Sin embargo, es útil para sensibilizar la intuición de los alumnos en los casos en que tiene sentido la repetición de experimentos permutables entre sí, para hacer afirmaciones cualitativas de sucesos (poco probable, ocurre casi siempre...) o para introducir el pensamiento inferencial (qué se puede deducir de una muestra).

Numerosos estudios han detectado carencias en el conocimiento probabilístico de maestros y futuros maestros de Educación Primaria. Fernández et al. (2016) muestran que los futuros maestros no siempre consideran la no reposición y tienen dificultades en relacionar probabilidades de experiencias simples y compuestas. Además, Batanero, Contreras y Díaz (2012) constatan que estudiantes para maestro tienen dificultad con experimentos compuestos con situaciones sincrónicas, confundiendo independencia y exclusión o asignando valor mayor a la probabilidad simple que a la conjunta.

Otros trabajos previos han puesto de manifiesto que maestros y estudiantes para maestro asocian la aleatoriedad principalmente a situaciones cuyo resultado es incierto y en las que no se pueden controlar las causas que intervienen, y escasamente a falta de información (Azcárate, Cardeñoso y Porlán, 1998). Además, reconocen la aleatoriedad sobre todo en contextos de juegos de azar, en menor medida en situaciones de la vida cotidiana y aún menos en contextos físico-naturales (Cardeñoso y Azcárate, 2004).

METODOLOGÍA

Nuestros informantes han sido 90 alumnos de la materia *Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria II*, de tercero del Grado de Maestro de la Universidad de Huelva (centrada en la enseñanza y aprendizaje de medida, estadística y probabilidad). Estos informantes, excepto cuatro, cuando completaron el cuestionario no habían recibido formación en probabilidad en el Grado. La mayor parte, 49, habían visto probabilidad en Bachillerato, 19 en secundaria y los 18 restantes en primaria o nunca.

La información se recogió por escrito de forma individual a través de un cuestionario con seis preguntas, de las cuales analizaremos las preguntas 5 y 6 en este trabajo [Tabla 1].

Tabla 1: Preguntas para la recogida de información

Pregunta 5

Consideremos el siguiente problema:

> *En una fuente, hay diez empanadillas, de las cuales solamente dos tienen aceitunas dentro. Ana decide comprar dos empanadillas. ¿Cuál es la probabilidad de que elija, sin saberlo, las dos empanadillas con aceitunas?*
>
> *( ) 1/45 ( ) 1/20 ( ) 1/10 ( ) 1/5 ( ) 1/2*

Supongamos que has resuelto el problema con tus alumnos realizando la operación

$$\frac{2}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{2}{90} = \frac{1}{45}$$

y que, para darle significado, propones la siguiente interpretación:

"Esto significa que si Ana va todos los días a comprar dos empanadillas, durante un mes y medio (45 días), se espera que solo una vez le toquen las dos empanadillas con aceituna".

Algunos alumnos creen que este valor es demasiado pequeño: la situación parece ser más probable que eso. ¿Qué harías para convencerlos de que el resultado es correcto?

Observación: tus estrategias pueden ser, por ejemplo, una nueva resolución, discusión o explicación, o una actividad para la clase siguiente, entre otras. Intenta proponer una actividad que dure máximo una clase.

Pregunta 6

Una profesora extranjera llega a Huelva y, mirando el mapa de la ciudad, concluye que la mitad de los estudiantes de la Universidad deben vivir a un lado de la Avenida Andalucía (o su continuación, como en la figura), y la otra mitad, al otro lado de la avenida.

¿Estás de acuerdo con esa conclusión?

En tu opinión, ¿cuál es la proporción de estudiantes que viven a cada lado de la avenida? Justifica estos valores según la información de que dispones.

Con la Pregunta 5, queremos identificar la familiaridad de los futuros maestros con el cálculo clásico de probabilidades bajo condiciones de equiprobabilidad (Objetivo O1), en un contexto típico de variables de Bernoulli dependientes: extracciones sin reposición de una colección de objetos. En particular, queremos explorar su conocimiento sobre: probabilidad condicional (O1.1), la regla del producto (O1.2), métodos de conteo (O1.3) e interpretación frecuencial (O1.4). En esta pregunta también pretendemos identificar si el tipo de argumentación utilizado está en el contexto del significado Laplaciano o no.

La Pregunta 6 implica componentes subjetivos, usualmente no abordados en su formación, permitiendo asociar la asignación de probabilidades a una medida de incertidumbre o información parcial del observador. En ella, exploramos si identifican modelos de incertidumbre para una cantidad desconocida (Objetivo O2) y si usan argumentos geográficos o conocimientos a priori (O2.1) o de simetría (O2.2).

Los cuestionarios fueron completados por los estudiantes en el aula formativa, como parte del desarrollo de la materia, de forma voluntaria y anónima. No se les hizo ninguna aclaración a los enunciados ni se respondieron cuestiones durante su desarrollo.

La clasificación de las respuestas ha sido dividida en dos aspectos: el tipo de respuesta y el tipo de argumentación usada [Tabla 2].

Tabla 2: Objetivos, indicadores y categorías de respuestas en cada pregunta.

Objetivo / indicador	**Respuesta**	**Argumentos**
Pregunta 5		
O1 Parece comprender el cálculo clásico de probabilidades bajo condiciones de equiprobabilidad	**O1** señala y justifica 1/45 **1/5** señala 1/5, con o sin argumentación **Otro** señala 1/20 o 1/2, con o sin argumentación	**L** Laplaciano **FC** Fuera de contexto
Pregunta 6		
O2 Identifica modelos de incertidumbre para una cantidad desconocida	**O2.a** asigna un valor específico para la proporción **O2.b** indica qué región tiene mayor probabilidad, sin asignar valores **otro** afirma la imposibilidad de asignar algún valor a la proporción	**O2.1** geográficos o conocimiento a priori **O2.2** de simetría (geométricos o de conteo) **otro** afirma la imposibilidad de asignar algún valor a la proporción

Para la Pregunta 5, sobre cálculo de probabilidades clásico, el tipo de respuesta se divide en las categorías: “O1”-respuesta correcta, alcanzándose el objetivo O1; “1/5”-corresponde a una respuesta incompleta, pues considera una sola extracción; “otro”-corresponde a las demás alternativas. El tipo de argumentación se divide en: “L”-Laplaciano y “FC”-fuera de contexto. Estas categorías emergieron del análisis exploratorio de los datos, siendo las más comunes. En la categoría L fueron incluidas también dos observaciones que usan argumento solamente frecuencial (con respuestas “1/5” y “otro”), por creer que ambos argumentos representan el abordaje usual en la comprensión de probabilidad. Hay otras respuestas que mezclan ambos tipos de argumentación (Laplaciana y frecuencial), pero separarlas en más de una categoría no parece que sea más informativo.

En la Pregunta 6, el tipo de respuesta se divide en: “O2.a”-asigna un valor específico para la proporción; “O2.b”-hace una afirmación sobre la proporción, sin asignar un valor específico; “no”-considera que no se puede hacer ninguna cuantificación ni afirmación al respecto de la proporción desconocida, por diversos motivos (ver categoría siguiente). El tipo de argumentación, también emergente de las respuestas, se divide en las categorías: “O2.1”-en el que se usan argumentos geográficos específicos o conocimiento por experiencia personal respecto de dónde viven los estudiantes; “O2.2”-en el que se usan argumentos geométricos al respecto de la proporción del área contenida a cada lado o de conteo de la cantidad de regiones; “otro” - en el que se argumenta sobre la imposibilidad de hacer algún tipo de afirmación por falta de datos o de conocimiento.

En todas las dimensiones anteriores, se considera la categoría NA (“No responde”).

Con el análisis de estas dos preguntas, pretendemos además estudiar la correlación entre el conocimiento del cálculo básico de probabilidades y la pertinencia de asignar probabilidades, fuera del contexto equiprobable, a partir de la información personal.

RESULTADOS

Una vez consensuado el análisis, se hizo un recuento de las respuestas en cada categoría [Tablas 3,4,5]. En ambas cuestiones el indicador “No responde” contiene pocos casos (15 y 9 casos, respectivamente), pudiendo indicar carencia de conocimiento del tema.

Tabla 3: Distribución observada de categorías de respuesta y argumento (Pregunta 5).

	O1	**1/5**	**otro**	**NA**	**total**	
L	12	16	6	3	**37**	**41,1%**
FC		12	2	5	**19**	**21,1%**
NA		18	9	7	**34**	**37,8%**
Total	**12 (13,3%)**	**46 (51,1%)**	**17 (18,9%)**	**15 (16,7%)**	**90**	

Del análisis de la Pregunta 5 [Tabla 3], se observa que los futuros maestros lo que más usan es el significado Laplaciano de conteo suponiendo equiprobabilidad (37 de los 90 hacen uso de ello, y de estos 12 lo usan de forma correcta y saben explicarlo). Un conocimiento que parece estar bien asentado entre estos 12 informantes es el de la probabilidad condicionada. En estos casos, argumentan que en la segunda extracción la probabilidad de extraer una empanadilla con aceitunas pasa de 2/10 a 1/9 *porque tenemos una empanadilla menos y esa tenía aceitunas* (Informante I685). Un aspecto llamativo es que solo uno de los 12 futuros maestros mencionados hace explícita su comprensión de la regla del producto, explicándolo como la fracción de veces en que se saca la segunda empanadilla de aceitunas de la fracción de veces en que se saca la primera, 1/9 del 20%.

Del total, 46 podemos considerar que se quedan a mitad de camino, pues responden 1/5 o 2/10, de los cuales 14 hacen explícito que entienden la probabilidad de la primera extracción como conteo de casos favorables, aunque obvian la segunda extracción sin reemplazamiento, seguramente por no manejar bien la probabilidad condicionada [Figura 1]. Los 17 en la categoría “otro” se limitan únicamente a marcar uno de los demás resultados propuestos, 1/2 o 1/20, sin justificaciones o con razonamientos erróneos.

Hemos de destacar el alto número de informantes, 19 de los 90, cuya respuesta no se ajusta (parcial o totalmente) a lo solicitado y 34 que no presentan ningún argumento. Esto nos lleva a pensar en un conocimiento sobre cálculo de probabilidades poco sólido.

Mostrarles el problema de manera real y que recopilen los datos que van obteniendo.
Finalmente se explica:
- casos favorables: 2 llevan aceitunas y relleno
- casos desfavorables: 10 llevan solo el relleno
P(A,B)= 2/10 , simplificado 1/5

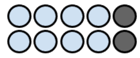

Figura 1: Resolución de la Pregunta 5, informante I650, sin considerar el condicionamiento.

Como comentamos, algunos estudiantes (concretamente 10) aportaron evidencias de la interpretación frecuencial. Por ejemplo, I574 propone mezclar bolas de color rojo para simbolizar las empanadillas sin aceitunas y dos de color verde que simbolicen las con aceitunas y hacer extracciones. Algo similar propone I610 [Figura 2].

1ª: empanadilla $\left\{ \begin{array}{l} \text{con} = \frac{2}{10} \\ \text{sin}: \frac{8}{10} \end{array} \right.$ 2ª: $\left\langle \begin{array}{l} \text{con } \frac{1}{9} \rightarrow \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \\ \text{sin } \frac{8}{9} \end{array} \right.$ $= \frac{2}{90} = \frac{1}{45}$

$\frac{1}{45} = 0'0222. = 0'\hat{2}$

Les diría que esta es la probabilidad de que le toquen las dos empanadillas con aceitunas 1 día, para que se imaginen la poca posibilidad que esto conlleva. La actividad que haría es meter 10 bolas en una urna opaca, de las cuales 8 sean de un color y 2 de otro. Les pediremos que hagan 2 extracciones, como Ana, para que se den cuenta lo que este 1/45 significa, es decir, la poca probabilidad que existe de que saquen las 2 del mismo color.

Figura 2: Explicación para la Pregunta 5, informante I610.

En lo que se refiere a la Pregunta 6 [Tabla 4], 9 futuros maestros no respondieron a la pregunta. De los 81 restantes, 44 (casi un 49% del total) no identifican la situación como susceptible de modelizarse con probabilidad, argumentando distintas razones. Este es el caso del informante I563, quien dice no estar de acuerdo *puesto que un lado de la avenida es más grande que el otro. Además, podemos encontrarnos que la mayor parte de los alumnos viva a un lado o a otro [...]o que todo el mundo viva en un solo lado de la avenida*. Esto podría significar que no asocian lo aleatorio a falta de información.

Tabla 4: Distribución observada de categorías de respuesta y argumento (Pregunta 6).

	O2.a	**O2.b**	**no**	**NA**	**total**	
O2.1	14	10	14		**38**	**42,2%**
O2.2	5	5	1		**11**	**12,2%**
otro			27		**27**	**30,0%**
NA	3		2	9	**14**	**15,6%**
total	**22 (24,4%)**	**15 (16,7%)**	**44 (48,9%)**	**9 (10,0%)**	**90**	

Frente a estos, 37 de los 90 alumnos hacen afirmaciones sobre la proporción requerida basándose en información de la que disponen por su propia experiencia (como donde viven mayoritariamente los estudiantes de la UHU que conocen, como la justificación de I567: *debido a que conozco a más gente que vive en el lado de Fuentepiña*), argumentos geográficos (por ejemplo, I569 considera que *el 80% vivirá en un lado porque es el más cercano a la universidad y es donde buscarán piso los estudiantes de fuera de Huelva, mientras que en el otro lado vivirán los estudiantes de Huelva*) o aspectos de simetría de la figura, asignando la misma proporción a cada lado. De estos, 22 estiman con un valor numérico preciso la población de cada parte (es el caso presentado en los ejemplos anteriores) y 15 indican la región más poblada sin precisar la proporción.

Algo más del 10% del total de los EPM, 11 de 90, relaciona la proporción con el área de cada región, 5 de ellos dando un valor numérico preciso (I627: *En mi opinión y bajo la observación de la imagen, veo que no corta justo por la mitad sino un poco más. Es decir, sería entre 1/2 y 1/3*) y 5 indicando qué región tiene más probabilidad sin dar un valor numérico (I573: *vive más a la izquierda ya que hay más territorio*). Comparando estos datos con los antes expuestos, observamos que los estudiantes priman argumentos de su experiencia a priori o geográficos sobre los de simetría, 38 frente a 11, y dan un valor numérico preciso más que valorar qué región tendrá mayor proporción, 22 frente a 15.

Finalmente, formamos la tabla de contingencia [Tabla 5] entre el argumento usado en la Pregunta 5 (Laplaciano, fuera de contexto, ninguno) y la respuesta de la Pregunta 6 (asignación numérica, afirmación cualitativa, inadecuación de la asignación, ninguna). Observamos una fuerte asociación positiva entre el uso de la argumentación Laplaciana (correcto o no) y no lograr, o creer no posible, algún tipo de afirmación sobre la proporción desconocida de la Pregunta 6. Esta asociación se debilita acentuadamente entre los estudiantes que no lograron argumentar correctamente o no responden a la Pregunta 5 pero logran hacer algún tipo de afirmación basada en su conocimiento previo.

Tabla 5: Distribución conjunta de categorías de respuesta, P6, y de argumento, P5.

	O2.a	O2.b	no	NA	total	
L	4	4	26	3	**37**	**41,1%**
FC	4	5	7	3	**19**	**21,1%**
NA	14	6	11	3	**34**	**37,8%**
total	**22 (24,4%)**	**15 (16,7%)**	**44 (48,9%)**	**9 (10,0%)**	**90**	

CONCLUSIONES

Los resultados presentados en la sección anterior nos permiten hacer algunas conjeturas.

Aunque más de un 40% haya justificado la probabilidad en la Pregunta 5 con un argumento Laplaciano, aproximadamente 2/3 de éstos mostraron dificultades en el cálculo de la probabilidad conjunta u obviaron el no reemplazamiento, coincidiendo con las dificultades advertidas en Fernández et al. (2016) y Contreras et al. (2010). A la vista de esto, hemos de tener en cuenta que se debe trabajar la probabilidad condicionada con los futuros profesores considerando que, aunque manejan los métodos de conteo y equiprobabilidad, no todos lo hacen al mismo nivel. Además, la comprensión fundamentada de la regla del producto se ha mostrado un escollo, lo que cabe considerar de cara a su formación. Estos contenidos han debido formar parte de su formación preuniversitaria, lo que da cuenta de sus lagunas en probabilidad cuando acceden a su formación como maestros.

Observamos, en la Pregunta 6, que casi la mitad de los informantes logra hacer afirmaciones sobre una proporción desconocida, frente a más del 80% que parecen asociar la situación de la Pregunta 5 con probabilidad. Esto corrobora los resultados de asociación de aleatoriedad en mayor medida a la incertidumbre que a la falta de información y a contextos de juego (Azcárate et al., 1998; Cardeñoso y Azcárate, 2004).

Los resultados, sin embargo, no son los mismos si comparamos las respuestas O2.a y O2.b a la Pregunta 6 con las respuestas correctas a la Pregunta 5. Así, observamos que un 41% de los estudiantes responden a la Pregunta 6 usando su conocimiento previo de una situación real (información geográfica o experiencial), en contraste con un 13% que responden la Pregunta 5 usando correctamente las reglas del cálculo de probabilidades (probabilidad condicional y regla del producto), contenido que supuestamente forma parte de su formación preuniversitaria. Esto nos predispone a sugerir la inclusión en su formación del abordaje subjetivista para la asignación de probabilidades de sucesos, independientemente de si estos forman parte de un mecanismo de sorteo, aprovechando la tendencia natural de hacer afirmaciones al respecto de cantidades desconocidas o inciertas. Una posible continuación de este estudio sería el diseño y evaluación de una propuesta formativa para futuros maestros de primaria que permita asociar conocimiento previo a la atribución coherente de una medida natural de incertidumbre y a una construcción heurística del pensamiento inferencial usado en la toma de decisiones.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido apoyado parcialmente por la Convocatoria de Proyectos de Innovación Docente e Investigación Educativa 2020/2021 (UHU).

REFERENCIAS

Azcárate, P., Cardeñoso, J. M., y Porlán, R. (1998) Concepciones de futuros profesores de Primaria sobre la noción de aleatoriedad. *Enseñanza de las Ciencias*, *16*(1), 85-97.

Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(3), 247-263

Batanero, C. (2016). Understanding randomness: challenges for research and teaching. En K. Krainer y N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of European Research in Mathematics Education*, CERME 9 (pp. 34-49). Praga: ERME.

Batanero, C., Contreras, J. M., y Díaz, C. (2012). Sesgos en el Razonamiento Sobre Probabilidad Condicional e Implicaciones Para la Enseñanza. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 12(2). (http://www.tecdigital.itcr.ac.cr/revistamatematica/).

Cardeñoso, J. M. y Azcárate, P. (2004). Las concepciones de los profesores de Primaria ante el conocimiento probabilístico: implicaciones para su formación. *Revista de Educación de la Universidad de Granada*, 17, 11-35.

Chernoff, E., Sriraman, B., (Eds.) (2014). *Probabilistic thinking, presenting plural perspectives*. Dordrecht, Netherlands:Springer.

Contreras, J.M., Estrada, A., Díaz, C., Batanero, C. (2010). Dificultades de futuros profesores en la lectura y cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 271-280). Lleida: SEIEM.

De Finetti, B. (2017) *Theory of probability, a critical introductory treatment*. New Jersey, USA: Wiley.

Gómez, E. Ortiz, J. y Gea, M. (2014). Conceptos y propiedades de probabilidad en libros de texto españoles de educación primaria. *AIEM*, 5, 49-71.

Fernández, J. A., Gea, M. M., y Batanero, C. (2016). Conocimiento de futuros profesores de Educación Primaria sobre probabilidad en experiencias compuestas. En J. A. Macías et al. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp.217-225). Málaga: SEIEM.

Kadane, J.B., Schervish, M.J., Seidenfeld, T. (1999) *Rethinking the Foundations of Statistics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Lindley, D. (2006) *Understanding uncertainty*. New Jersey, USA: Wiley.

Vásquez, C. y Alsina, Á. (2015). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: Un análisis global desde el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático. *AIEM - Avances de Investigación En Educación Matemática*, *7*, 27–48.