

# ARGUMENTACIÓN PRÁCTICA SOBRE LA ENSEÑANZA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS REALIZADA POR PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN UN CURSO DE FORMACIÓN

## Practical argumentation about the teaching of the Pythagorean theorem carried out by math teachers in a training course

Hummes, V., Sol, T. y Breda, A.

Universitat de Barcelona

### Resumen

*Este trabajo tiene como objetivo analizar cómo se da la argumentación orientada a la acción sobre la enseñanza del Teorema de Pitágoras (TP) en un curso de formación de profesores que combina el Lesson Study y la Idoneidad Didáctica. Por medio de la Teoría de la Acción Comunicativa y de los Criterios de Idoneidad Didáctica (CID) se analizaron los diálogos de 8 profesores. Se observa, por una parte, que la introducción de los CID, como herramienta para pautar la reflexión, conlleva que se dé una argumentación sobre la enseñanza del TP que, antes de la introducción de esta herramienta, no se produjo. Por otra parte, se observa que los argumentos basados en los criterios epistémico y, sobre todo, cognitivo, tienen más peso que los demás, pues los profesores consensúan que el hecho de que los alumnos no comprenderán la demostración es determinante para decidir no enseñarla y limitarse a comprobar el teorema en varios triángulos rectángulos.*

**Palabras clave:** argumentación, teorema de Pitágoras, lesson study, idoneidad didáctica

### Abstract

*The objective of this work is to analyze how the oriented argumentation to the action on the teaching of the Pythagorean Theorem (PT) occurs in a teacher-training course that combines Lesson Study and Didactical Suitability. By using the Theory of Communicative Action and the Didactical Suitability Criteria (DSC), the dialogues of 8 teachers were analyzed. It is observed, on the one hand, that the introduction of DSC, as a tool to guide reflection, leads to an argument being given about the teaching of PT that, before the introduction of this tool, did not occur. On the other hand, it is observed that the arguments based on the epistemic and, above all, cognitive criteria have more importance than the others, since the teachers agree that the fact that students will not understand the demonstration is key for deciding not to do it and just check the theorem on several right triangles.*

**Keywords:** argumentation, Pythagorean theorem, lesson study, didactical suitability

### INTRODUCCIÓN

Diversas tendencias sobre la formación de profesores proponen la investigación del profesorado y la reflexión sobre la práctica docente como una estrategia clave para el desarrollo profesional y la mejora de la enseñanza. Entre otros, se destacan el *Lesson Study* (LS) (Huang, Takahashi y Da Ponte, 2019) y los Criterios de Idoneidad Didáctica (CID) (Breda, Font y Pino-Fan, 2018), estos últimos propuestos en el marco del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2019) como una herramienta para organizar la reflexión del profesor, cuando ésta se orienta a la mejora de los procesos de instrucción de las matemáticas.

Con relación a la Idoneidad Didáctica (Breda, 2020) se ha observado un fenómeno que se manifiesta con cierta regularidad: los componentes de los CID funcionan como regularidades en el discurso de los profesores cuando estos valoran un episodio o justifican que una propuesta didáctica representa una mejora, sin haberseles enseñado el uso de esta herramienta para guiar su reflexión. Es decir, sus comentarios se pueden considerar evidencias de un uso implícito de algún componente de los CID

como norma que debe orientar la práctica del profesor para que esta sea de calidad. Dado que el LS es un dispositivo de formación continua en el que un grupo de profesores diseñan, implementan y rediseñan una secuencia didáctica, este fenómeno también se observa en experiencias de dicho enfoque (Hummes, Breda y Seckel, 2019).

En un ciclo de LS surgen consensos implícitos o explícitos entre los participantes sobre aspectos que se valoran, los cuales se pueden reinterpretar en términos de indicadores y componentes de los CID. Es decir, el LS se puede convertir en un tipo de dispositivo de formación que favorece que algunos de los indicadores y componentes de los CID surjan como consensos de la reflexión del grupo de profesores, lo cual da pie a la ampliación del LS con un ciclo formativo que introduzca los CID. Por tanto, el hecho de que suceda el fenómeno que se acaba de comentar, es el origen de propuestas de formación de profesores para el desarrollo de su reflexión sobre la práctica que combina el LS con los CID (Hummes, Font y Breda, 2019).

En esta línea, el trabajo que se presenta es parte de una investigación más amplia, cuyo objetivo general es promover e investigar el desarrollo de la reflexión sobre la práctica en la formación de profesores de matemáticas, mediante el diseño y la implementación de un dispositivo formativo que combina el LS y los CID. En dicha investigación, aplicando una metodología de análisis de contenido, se observa: i) regularidades en la reflexión del profesor que se pueden interpretar como uso implícito de algunos de los CID, antes de que dicho constructo haya sido enseñado; ii) en algunos casos estas regularidades se hallan formando parte de argumentaciones orientadas a la acción –lo que algunos autores llaman argumentación práctica, como, por ejemplo, Gómez (2017)– de dos tipos: a) argumentaciones cuya conclusión es una acción que se realiza y b) argumentaciones sobre la idoneidad, adecuación, etc. (o no) de acciones que se consideran en el discurso pero que no se llegan a realizar; iii) estos comentarios y argumentaciones se dan en un clima de búsqueda de consensos donde los profesores participantes explican sus razones a los compañeros en un plano de una cierta igualdad. En particular, en este trabajo el objetivo es ir más allá de encontrar regularidades en el discurso de los profesores que se puedan considerar usos implícitos de los CID, ya que se busca analizar cómo se da la argumentación orientada a la acción sobre la enseñanza del Teorema de Pitágoras (TP) y el papel que juegan los CID en ella, en varias fases del dispositivo formativo mencionado.

## **MARCO TEÓRICO**

En este apartado se presenta el marco teórico utilizado: Idoneidad Didáctica y algunos constructos de la Teoría de la Acción Comunicativa (TAC), la cual ha sido la más útil para analizar y caracterizar las argumentaciones orientadas a la acción y al consenso de los profesores participantes.

### **Idoneidad Didáctica**

En el EOS se entiende la idoneidad didáctica de un proceso de enseñanza-aprendizaje como el grado en que este reúne ciertas características que permiten calificarlo como idóneo (óptimo o adecuado) para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno).

Se trata de un constructo multidimensional que se descompone en seis criterios parciales: 1) Idoneidad epistémica, para valorar si las matemáticas que se enseñan son unas “buenas matemáticas”; 2) Idoneidad cognitiva, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de lo que saben los alumnos y, después del proceso, si los aprendizajes logrados se acercan a los que se pretendían enseñar; 3) Idoneidad interaccional, para valorar si las interacciones resuelven dudas y dificultades de los alumnos; 4) Idoneidad mediacional, para valorar la adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción; 5) Idoneidad emocional, para valorar la implicación (intereses y motivaciones) de los

alumnos durante el proceso de instrucción; y, 6) Idoneidad ecológica, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional, entre otros. (Godino *et al.*, 2019).

Previamente los CID orientan cómo se deberían hacer las cosas y posteriormente sirven para valorar el proceso de estudio efectivamente implementado. Los CID están siendo utilizados ampliamente como herramienta para pautar la reflexión del profesor sobre su práctica en varios programas de formación (Esqué y Breda, 2021; Morales-Maure, Durán-González, Pérez-Maya y Bustamante, 2019).

### **Teoría de la Acción Comunicativa**

La argumentación matemática del profesor se estudia desde diferentes perspectivas, algunas de ellas buscan caracterizar las estructuras de la argumentación usando como referente el modelo de Toulmin (Cervantes-Barraza, 2020; Molina, Font y Pino-Fan, 2019), en otras, se busca determinar las condiciones para promover la argumentación (Solar y Deulofeu, 2016; Toro-Uribe, 2020) o, más específicamente, promover la argumentación en el aula (De la Riva, 2017; Valbuena, Muñoz y Berrio, 2020). La mayoría de estos estudios están enfocados en el estudio de la argumentación que se realiza en el aula de clase.

Nos interesa la argumentación orientada a la acción, basada en el consenso, de un grupo de profesores, que en la TAC se puede reinterpretar como racionalidad instrumental y comunicativa (que no se deben entender excluyentes sino complementarias en su uso a fin de desenvolverse adecuadamente en la realidad existente). En la TAC, se define la argumentación como: “tipo de habla en que los participantes tematizan las pretensiones de validez que se han vuelto dudosas y tratan de desempeñarlas o de recusarlas por medio de argumentos” (Habermas, 1987, p. 37).

Una argumentación contiene razones conectadas con la pretensión de validez de la manifestación o emisión problematizadas. La fuerza de una argumentación se mide en un contexto dado por la pertinencia de las razones. Esta se pone de manifiesto si es capaz de motivar a los participantes a la aceptación de la pretensión de validez en litigio.

El habla argumentativa puede contemplarse como proceso, como procedimiento y como producto. Considerada como proceso, se trata de excluir de la comunicación toda coacción y centrarse en la búsqueda de la verdad como acción orientada al entendimiento. Por ejemplo, en el caso investigado, en las distintas etapas de elaboración e implementación de un proceso de instrucción, es decir, en la planificación, en la implementación y en la reflexión/análisis se pretenden condiciones ideales de comunicación, en el sentido de que los participantes tienen la oportunidad de hablar sin restricciones ni presiones en busca de la “verdad” basada en el consenso. Considerada la argumentación como procedimiento, se tiene que el proceso discursivo de entendimiento está regulado en forma de una división cooperativa de trabajo entre proponentes (P) y oponentes (O) donde se tematiza una pretensión de validez (PV) que se ha vuelto problemática examinando con razones si se reconoce o no dicha pretensión. En el caso investigado, en las diferentes sesiones sobre la enseñanza del TP se debaten pretensiones de validez, donde los profesores se pueden diferenciar, en base a sus razones – a favor, por ejemplo, apoyando y dando fuerza argumentativa (FA) a la PV, o bien en contra intentándola invalidar (InvPV) – para reconocer o no la validez. Por último, la argumentación considerada como objeto, es producir argumentos pertinentes, que convengan en virtud de sus propiedades intrínsecas, con que desempeñar o rechazar las pretensiones de validez. Los argumentos son los medios con cuya ayuda puede obtenerse un reconocimiento intersubjetivo para la PV que el proponente plantea de forma hipotética, y con los que, por tanto, una opinión puede transformarse en saber o en acción. En la reflexión de los participantes sobre un proceso de instrucción se distinguen argumentos que validan o invalidan las PV propuestas por algunos profesores de manera hipotética respecto a la forma de abordar determinado concepto.

Son acciones comunicativas aquellas interacciones mediadas lingüísticamente en que todos los participantes persiguen con sus actos de habla fines ilocucionarios y sólo fines ilocucionarios (que el oyente entienda y acepte la emisión). Se da por hecho que en las sesiones de reflexión conjunta entre los profesores no hay coacción y se tiene un espacio de participación libre. Con lo anterior es viable considerar que existen acciones comunicativas entre los participantes en la reflexión sobre una clase. Lo anterior permite describir la argumentación generada en la reflexión de los profesores para decidir sobre la forma de abordar determinado concepto o tema en clase, en el caso de este trabajo, la argumentación sobre la enseñanza (o no) de la demostración del TP.

## **METODOLOGÍA**

Se trata de una investigación de carácter interpretativo/cualitativo, cuyos análisis forman parte de un estudio más amplio, que tiene como objetivo general analizar en qué medida un curso de formación basado en el LS y en los CID promueve el desarrollo de la reflexión de docentes de matemáticas.

Participaron ocho profesores de matemáticas que trabajan en escuelas en el sur de Brasil con alumnos entre 11 y 18 años. Todos los participantes tenían grado de licenciatura en matemáticas y experiencia docente entre tres y quince años, además tres de ellos tenían un master en educación matemática. Después de la primera sesión presencial, se declaró la pandemia por Covid-19 en Brasil, por lo que se suspendieron las actividades presenciales (Breda, Farsani y Miarka, 2020). Por este motivo, el curso fue reestructurado para implementarse de manera virtual, desde ese momento, todas las sesiones fueron realizadas y grabadas mediante la plataforma digital Skype.

El curso siguió las siguientes fases: 1) implementación de dos ciclos completos de LS (se formaron dos grupos de cuatro profesores y cada grupo siguió un ciclo de LS), considerando todas sus etapas, es decir, estudio del tema en el currículo y establecimiento de metas; planificación; implementación; y reflexión sobre la implementación de la clase; 2) enseñanza de los CID, como herramienta para pautar la reflexión de los profesores; 3) nueva reflexión y análisis con los CID y rediseño con los CID de la clase implementada. La primera autora de este trabajo actuó como observadora participante, pues era la profesora del curso y dirigía las sesiones de reflexión.

Para este estudio se ha analizado el LS realizado por uno de los dos grupos participantes. De acuerdo con los principios de esta metodología, son los profesores los que deciden libremente el tema de la clase y, en este caso, los participantes decidieron que la clase fuese sobre el TP. En este trabajo se analizan, usando los constructos de la TAC y los CID del EOS, las argumentaciones de las dos primeras fases y de la primera parte de la tercera fase del curso implementado. Dicho análisis sigue los mismos pasos que se siguieron en Ramos (2006): i) revisión de las sesiones para identificar momentos donde se presentan ideas específicas para tratar la demostración del TP. ii) Se tienen en cuenta los tres aspectos en la argumentación: “proceso”, con la pretensión de que se consigan condiciones ideales de comunicación en las sesiones del curso entre los profesores participantes. “Procedimiento”, se consideran las argumentaciones, específicamente enfocadas a la enseñanza de la demostración del TP, en forma de división cooperativa de trabajo entre proponentes y oponentes. “Producto”, se obtienen argumentos pertinentes que aceptan o no las pretensiones de validez respecto a la demostración del TP. iii) Una vez identificados los momentos de los videos donde se presentan ideas específicas para el tratamiento de la demostración del TP se revisa la argumentación para ubicar: los roles de los profesores, consensos conseguidos, invalidados y razones para invalidarlos, con los constructos: P (proponente), O (opponente), OA (omisión argumentativa), PV (pretensiones de validez), InvPV (invalidación de la pretensión de validez), FA (fuerza argumentativa), CRM (consenso racionalmente motivado), CO (consenso por omisión). iv) Se hace un análisis de la trayectoria argumentativa usando los CID para ver qué papel juegan en la argumentación realizada por los participantes. v) Después del análisis se hace una triangulación con expertos con el objetivo de validar los resultados obtenidos.

## ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

En un primer momento, se analizaron los videos de la fase uno del curso, es decir, las sesiones del ciclo completo del LS desarrollado. En la primera etapa del LS, cada uno de los profesores participantes habló de su experiencia en enseñar el TP para estudiantes que lo ven por primera vez. Además, comentaron cómo se planteaba el TP en el currículo (institucional y nacional):

P1: Generalmente yo empiezo con aquella construcción en el triángulo rectángulo. Yo tomo la hipotenusa y los catetos y construyo cuadrados con sus longitudes. Por ejemplo: un cuadrado de lado tres, otro cuadrado de lado cuatro, y otro cuadrado de lado cinco.

P2: ¿Eso? [Muestra una figura de un triángulo rectángulo, de lados tres, cuatro y cinco, con cuadrados dibujados a partir de sus lados]. Incluso los libros que yo miré todos empiezan de esta manera.

Luego, optan por iniciar la clase del TP de esta manera (con este ejemplo). Más aún, consideran implícitamente que comprobando el TP en este triángulo particular (una relación entre áreas de cuadrados de lados 3, 4 y 5) es suficiente para institucionalizar el TP en la clase como un resultado general y, por tanto, no consideran hacer alguna demostración del TP. Dicho de otra manera, optaron por hacer lo que normalmente hacían y no lo vieron como algo problemático, motivo por el cual no hay discusión en el grupo sobre si hay que enseñar o no una demostración del TP.

En la siguiente etapa del LS, durante la planificación de la clase, tampoco se identificó ningún episodio de argumentación donde los profesores considerasen la posibilidad de abordar o no alguna demostración del TP. Los profesores consensúan trabajar el TP como una relación de áreas de figuras cuadradas, haciendo apenas una verificación del teorema para la terna pitagórica 3, 4 y 5, que al final es lo que sucede en la etapa de implementación de la clase del LS.

Después, en la cuarta etapa del LS, los profesores reflexionaron y analizaron la clase. Además de los cuatro profesores de este equipo, en este momento, participaron también los demás profesores del curso (pues en esta etapa del LS puede haber profesores invitados o expertos, aunque no hayan participado en las primeras etapas del ciclo del LS). En esta etapa, a pesar de haber cuatro profesores más en la discusión, no se identifican diálogos de argumentación sobre la posibilidad de hacer o no alguna demostración del TP. Por tanto, se mantiene el mismo tratamiento del TP para un caso particular de un triángulo rectángulo.

En la fase dos del curso, se enseñó a los profesores participantes los CID. En particular, cuando se explicaron los componentes “representatividad de la complejidad del objeto matemático a enseñar” y la “riqueza de procesos” de la idoneidad epistémica, se procuró utilizar ejemplos diferentes al TP dado que, después, ellos tenían que usar dichos componentes en su reflexión con los CID sobre el proceso de instrucción de este teorema. A continuación (primera parte de la fase 3), los profesores hicieron una nueva reflexión individual de la clase desde el punto de vista de cada uno de los criterios de los CID (cada profesor trabajó con un criterio, dado que eran ocho profesores y hay seis criterios, la reflexión desde el criterio epistémico y el cognitivo fue realizada, de manera individual, por dos profesores). En esta reflexión, los dos profesores que expusieron desde la perspectiva del criterio epistémico no problematizaron la enseñanza del TP a partir de la comprobación de un caso particular. En la discusión grupal posterior, con la participación de todos los profesores, la investigadora que impartió el curso explicó la complejidad del TP y también que es uno de los pocos teoremas que se pueden demostrar en la educación básica, lo cual llevó al grupo a problematizar la enseñanza del TP a partir de la comprobación de un caso particular y considerar la posibilidad de incorporar una demostración del TP en el rediseño de la clase. En este momento, se identifica el siguiente episodio de argumentación sobre cómo enseñar la demostración del TP:

P1: Me preguntaba si sería interesante tomar un video con la demostración. Que pudiéramos trabajar el video y luego un poco el teorema. Por ejemplo, tomar la demostración algebraica. (PVI).

P4: Pero también tenemos que pensar que estamos dando una clase virtual. Entonces, ¿cómo van a entender esta demostración? Quizás la verificación experimental sería mejor. (PV2). Pensando que la clase es virtual, que no están acostumbrados a las demostraciones. (InvPV1).

P2: También por el hecho de lo que comentó P6: no poder ver a los alumnos, no saber cómo reaccionan cuando vean esa demostración. Tengo una pequeña duda de si los estudiantes realmente entenderían la demostración, ¿sabes? (InvPV1).

P5: Este video de la demostración debe ser seleccionado a dedo. Hay cosas que ellos [los estudiantes] no están acostumbrados a ... ese mundo de letras viajando de un lado a otro y operaciones [habla de resolución de ecuaciones, demostración algebraica]... Podríamos hacer la demostración geométrica usando el mismo material que estamos usando. Los niños entienden mucho más cuando tocan cosas [respecto al material manipulativo] que simplemente mirando a los otros haciendo. (PV3).

P6: Más casos son esenciales. Porque empieza a dar esa idea de generalizar. (FA2) Ahora, especialmente de mis alumnos, tengo una pequeña duda de si realmente podemos demostrar, para que realmente puedan entender. Cinco lo entenderían y los demás más o menos. (InvPV1).

P3, P7 y P8 entran en consenso por omisión (CO) argumentativa (argumento por omisión).

Participantes discursivos: proponentes (P1, P4 y P5); oponentes (P4, P2 y P6).

Tesis: i) no se puede hacer la demostración del TP por la dificultad para los alumnos en entenderla; ii) es fundamental hacer la verificación del TP para más casos para la generalización del TP.

Trayectoria argumentativa: i) P1 propone hacer una demostración (la algebraica) del TP iniciando la clase haciendo uso de un video con la demostración para después trabajarlo. ii) P4 invalida la pretensión de validez esgrimida por P1. Afirma que hay limitaciones en clases virtuales para entender la demostración del TP, argumenta que los alumnos no están acostumbrados con las demostraciones y propone la verificación. iii) P2 apoya a P4 para descartar la demostración y hacer la verificación para más casos. Su argumento está en que la interacción en una clase virtual es limitada y cuestiona si los alumnos tendrían las condiciones para entender la demostración. iv) P5 intenta invalidar la PV1 argumentando que hay limitaciones en la resolución de ecuaciones. Hace una nueva pretensión de validez que es hacer la demostración geométrica, porque es de las más famosas, utilizando material manipulativo. Refuerza esta propuesta de validez argumentando que el uso de materiales manipulativos es mejor. v) P6 refuerza la idea de hacer la verificación para más casos, considerando la riqueza de procesos al tener en cuenta la generalización. Invalida la PV1 argumentando que la mayoría de sus alumnos no pueden entender la demostración del TP. vi) Se llega a un consenso racionalmente motivado (CRM), en el cual los profesores P3, P7 y P8 lo hacen por omisión (CO).

Análisis de la trayectoria argumentativa desde la perspectiva de la Idoneidad Didáctica: i) Con la PV1, P1 propone usar un video como recurso (idoneidad de medios) para entender la demostración y la demostración algebraica (idoneidad epistémica). ii) Con la PV2, P4 sugiere hacer una verificación del TP con más casos, con la idea que los alumnos no están acostumbrados a demostraciones y menos algebraicas, esto tiene relación con la idoneidad cognitiva, en particular, los conocimientos previos de los alumnos. Con este argumento intenta invalidar la PV1. iii) P2 intenta invalidar la PV1 en base a las limitaciones del aula virtual para la interacción (idoneidad interaccional), ya que estas afectan el aprendizaje de los alumnos (idoneidad cognitiva). iv) Con la PV3, P5 propone una demostración geométrica del TP utilizando materiales manipulativos, valora positivamente el uso de materiales (idoneidad de medios) como un recurso de apoyo para facilitar el aprendizaje (idoneidad cognitiva). Considera la demostración geométrica en comparación a la algebraica una mejor opción para los estudiantes (zona de desarrollo próximo, idoneidad cognitiva). v) P6 con FA2 refuerza la idea de que hacer una verificación del TP para más casos promueve el proceso de generalización (idoneidad epistémica). Intenta invalidar la PV1 argumentando desde la perspectiva de la capacidad de sus alumnos (idoneidad cognitiva).

Se observa que los argumentos de los profesores están, de alguna manera, enfocados en los diferentes CID, como se muestra en el análisis de la trayectoria argumentativa desde la perspectiva de la idoneidad didáctica. De hecho, el peso dado a la idoneidad cognitiva (la comprensión de la demostración por parte de los alumnos) y a la idoneidad epistémica (hacer más casos para conjeturar y llegar a una generalización) es mayor en comparación a los otros y esto fue elemento generador de las tesis identificadas.

## CONCLUSIONES

El objetivo específico de este trabajo fue investigar cómo se da la argumentación sobre la enseñanza de la demostración del TP en las distintas fases de un curso de formación docente que combina el LS y los CID y, en particular, el papel que juegan los CID en esta argumentación. Para ello, se identificaron los diálogos con argumentación respecto a la enseñanza, o no, de la demostración del TP. Se concluye que no se encontraron argumentaciones en las fases uno, dos y parte de la tres del curso, dado que no se había visto como algo problemático limitarse a hacer la comprobación del TP para un caso particular. Sin embargo, después de enseñarles los CID, como herramienta metodológica para desarrollar y organizar la reflexión docente, en particular, el criterio epistémico, donde se consideró la complejidad del TP (distintas representaciones, ¿qué significa?, conexiones entre significados, etc.) y la riqueza de procesos, en la primera parte de la fase tres del curso, en la reflexión con los CID, los profesores argumentan, por primera vez, sobre si se hace o no la demostración del TP. En esta fase se observa que los argumentos son elaborados con base en los CID y, más allá, en la trayectoria argumentativa, se percibe que los argumentos, basados en los criterios epistémico y, sobre todo, cognitivo, tienen más peso. Es decir, para la decisión argumentativa de enseñar, o no, la demostración del TP, los profesores han consensuado que el hecho de que los alumnos no comprenderán la demostración por no estar acostumbrados a hacer demostraciones es un factor determinante para decidir no hacerla y limitarse a hacer una conjetura y generalización a partir de más casos de ternas pitagóricas.

Hay que señalar que este trabajo es parte de una investigación más amplia y que, si bien hasta este momento de la reflexión, los profesores decidieron no incorporar la enseñanza de la demostración del TP; en la segunda mitad de la fase tres del curso (no analizada en este trabajo), los profesores sí que hicieron un rediseño hipotético en el cual incorporaron la enseñanza de esta demostración.

Además, se puede afirmar que los CID juegan un rol importante en la argumentación realizada al reflexionar sobre el tratamiento de la demostración del TP. La idoneidad epistémica da pie a considerar la demostración, la cognitiva promueve la argumentación sobre ¿enseñar, o no, la demostración?, ¿cuál de las diferentes demostraciones presentar (algebraica o geométrica)? o ¿hacer la verificación para más casos?, mientras la idoneidad mediacional fomenta los argumentos para la selección de materiales para la clase (material manipulativo, videos). De manera metafórica, se puede decir que, en la batalla para impedir la incorporación de la demostración del TP, los profesores que no son partidarios de su implementación se sitúan fundamentalmente en posiciones cognitivas. En cambio, los partidarios de su implementación se sitúan, básicamente, en posiciones epistémicas. Se trata de un resultado coherente con los obtenidos en Ramos (2006).

Como cuestiones abiertas para estudiar en un futuro nos planteamos ¿por qué los profesores no consideraron enseñar alguna demostración del TP en la primera parte de la fase tres analizada en este trabajo? y, también, ¿por qué, después de reflexionar sobre la complejidad del TP y las ventajas de enseñar su demostración en la enseñanza básica, algunos profesores, en la parte final de la fase tres, aún argumentan que no hay que enseñarla? Estas cuestiones dan pie a desarrollar investigaciones sobre cuál es la relación entre el tipo de formación de los docentes y la argumentación que realizan sobre la enseñanza, o no, de la demostración del TP en la educación básica del Brasil.

## AGRADECIMIENTOS

Trabajo desarrollado en el marco de los proyectos: PGC2018-098603-B-100 (MINECO/FEDER, UE), referencia de la ayuda: PRE2019-090177 y con el apoyo del programa de Doctorado Pleno en el Exterior proceso número 88881.173616/2018-01 (Capes).

## Referencias

- Breda, A. (2020). Características del análisis didáctico realizado por profesores para justificar la mejora en la enseñanza de las matemáticas. *Bolema*, 34(66), 69-88.
- Breda, A., Farsani, D., y Miarka, R. (2020). Political, technical and pedagogical effects of the COVID-19 Pandemic in Mathematics Education: an overview of Brazil, Chile and Spain. *Intermaths*, 1(1), 3-19.
- Breda, A., Font, V., y Pino-Fan, L. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema*, 32(60), 255-278.
- Cervantes-Barraza, J. A. (2020). Concepciones de futuros profesores de matemáticas en el contexto de la argumentación. *Academia y virtualidad*, 13(1), 10-22.
- De la Riva, M. D. J. (2017). De la explicación a la argumentación, y los obstáculos del diálogo docente. *Enseñanza de las ciencias*, (Extra), 613-618.
- Esqué, D., y Breda, A. (2021). Valoración y rediseño de una unidad sobre proporcionalidad utilizando la herramienta Idoneidad Didáctica. *Uniciencia*, 35(1), 38-54.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 37- 42.
- Gómez, J. (2017). ¿Qué es la argumentación práctica? *Revista Co-herencia*, 14(27), 215-243.
- Habermas, J. (1987). *Teoría de la acción comunicativa I: Racionalidad de la acción y racionalización social*. Madrid: Taurus.
- Huang, R., Takahashi, A., y da Ponte, J. P. (2019). *Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics*. New York, EE.UU.: Springer.
- Hummes, V. B., Breda, A., y Seckel, M. J. (2019). Idoneidad didáctica en la reflexión de profesores: análisis de una experiencia de estudio de clases. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 381-390). Valladolid: SEIEM.
- Hummes, V. B., Font, V., y Breda, A., (2019). Combined Use of the Lesson Study and the Criteria of Didactical Suitability for the Development of the Reflection on the own Practice in the Training of Mathematics Teachers, *Acta Scientiae*, 21(1), 64-82.
- Molina, Ó., Font, V., y Pino-Fan, L. R. (2019). Estructura y dinámica de argumentos analógicos, abductivos y deductivos: Un curso de geometría del espacio como contexto de reflexión. *Enseñanza de las Ciencias*, 37(1), 93-116.
- Morales-Maure, L., Durán-González, R. E., Pérez-Maya, C., y Bustamante, M. (2019). Hallazgos en la formación de profesores para la enseñanza de la matemática desde la idoneidad didáctica. Experiencia en cinco regiones educativas de Panamá. *Revista Inclusiones*, 6(2), 142-162.
- Ramos, A. B. (2006). *Objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado y cambios institucionales. El caso de la contextualización de las funciones en una facultad de ciencias económicas y sociales* [Tesis de doctorado, Universitat de Barcelona]. Repositorio institucional – Universitat de Barcelona.
- Solar, H. S., y Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema*, 30(56), 1092-1112.
- Toro-Uribe, J. A. (2020). *Argumentación del profesor durante la discusión de tareas en clase* [Tesis de doctorado, Universidad de Medellín]. Repositorio institucional – Universidad de Medellín.
- Valbuena, S., Muñiz, L., y Berrío, J. (2020). El rol del docente en la argumentación matemática de estudiantes para la resolución de problemas. *Revista Espacios*, 41(9), 1-15.