

NOTAS AL PIE EN LIBROS DE TEXTO ESPAÑOLES DEL SIGLO XIX. EL CASO DE JUAN CORTÁZAR¹

Footnotes in Spanish 19th Century Textbooks. The case of Juan Cortázar

Muñoz-Escolano, J. M.^a y Oller-Marcén, A. M.^b

^aUniversidad de Zaragoza, ^bCentro Universitario de la Defensa de Zaragoza

Resumen

El análisis de libros antiguos de Matemáticas es una importante línea de trabajo en el ámbito de la Historia de la Educación Matemática y el siglo XIX resulta un periodo de especial interés debido a la proliferación de libros de texto que se produjo durante esa época. Desde el punto de vista de la Educación Matemática no solo resulta de interés el estudio del contenido, sino que también ciertos elementos de la obra (prólogos, notas al pie, etc.) proporcionan información relevante para los investigadores. En este trabajo abordamos el estudio de las notas al pie de algunas obras de uno de los autores españoles más influyentes del siglo XIX: Juan Cortázar. Las obras elegidas se dirigen a públicos diferentes (desde primera enseñanza hasta universidad) y las notas se analizan desde el punto de vista de su función y su temática.

Palabras clave: *Historia de la Educación Matemática, siglo XIX, libros de texto, paratextos, notas al pie*

Abstract

The analysis of old Mathematics books is an important line of work in the field of History of Mathematics Education and the 19th century is particularly interesting period due to the proliferation of textbooks that took place during that time. From the point of view of Mathematics Education, the content is not the only interesting aspect, since certain elements of the work (prologues, footnotes, etc.) also provide relevant information for researchers. In this work, we approach the study of the footnotes of some works of one of the most influential Spanish authors of the 19th century: Juan Cortázar. The selected works are addressed to different audiences (from elementary education to university) and the notes are analyzed from the point of view of their function and their theme.

Keywords: *History of Mathematics Education, 19th century, textbooks, paratexts, footnotes*

INTRODUCCIÓN

Durante el siglo XIX se desarrollaron las primeras leyes educativas en España que terminarían desembocando en la denominada Ley Moyano de 1857 cuyo espíritu se mantuvo vigente prácticamente hasta la Ley General de Educación de 1970. También es en el siglo XIX cuando se fundan las Escuelas Normales (Carrillo Gallego, 2005). No es de extrañar, por lo tanto, que “el ámbito en el que se movieron los físicos y matemáticos españoles de aquella centuria fue, con muy pocas excepciones, el de la enseñanza” (Sánchez Ron, 1992, p. 58). En relación con esto, durante la época se produjo un gran aumento en la producción de libros de texto de matemáticas, así como una popularización de los mismos que ha llevado a que algunos autores denominen “periodo del libro de enseñanza” al siglo XIX (Gómez, 2011, p. 13).

¹ Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Gobierno de Aragón y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (Grupo S60_20R).

El análisis de libros antiguos de Matemáticas es una importante línea de trabajo en el ámbito de la Historia de la Educación Matemática, entre otros motivos, porque permite contextualizar los conceptos matemáticos y conocer diversos acercamientos (López-Esteban, 2019). Fan, Zhu y Miao (2013) señalan que a nivel internacional los estudios más frecuentes son aquellos que se centran en el análisis del tratamiento recibido por algún contenido y en el caso de la investigación histórica esta tendencia parece mantenerse. Así, a modo de ejemplo, podemos citar los trabajos de González Astudillo y Sierra Vázquez (2004) sobre los puntos críticos de funciones o de Picado (2012) sobre el sistema métrico decimal.

En cualquier caso, aunque un buen número de trabajos se centran de forma prioritaria en el análisis del contenido matemático, cabe señalar que existen cuestiones no directamente matemáticas que merece la pena tener en cuenta a la hora de analizar globalmente un texto matemático antiguo. La originalidad de la obra, los principios didácticos seguidos por el autor, etc. (Maz-Machado & Rico, 2015) son aspectos que permiten contextualizar la obra, valorar su importancia o evaluar su posible impacto en la formación matemática de la época. Muchos de estos elementos, además, no se encuentran presentes en el cuerpo del texto, sino que pueden identificarse en otros elementos como los prólogos, las advertencias y dedicatorias, las notas al pie de página, etc.

De las consideraciones anteriores surge la siguiente pregunta de investigación: ¿qué información relevante desde el punto de vista de la Historia de la Educación Matemática está presente en las notas al pie de los libros de texto y manuales escolares del siglo XIX? En este trabajo, para dar respuesta a esta pregunta de investigación, abordamos los siguientes objetivos.

- Determinar la presencia de notas al pie en una selección de obras de un autor influyente en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas en España en el siglo XIX.
- Analizar el contenido de las notas al pie para determinar su función, así como los temas tratados por el autor en ellas.

MARCO TEÓRICO

Con el término ‘paratexto’ se definen todos aquellos acompañamientos de un texto escrito que hacen que dicho texto “se convierta en un libro” (Genette, 2001). En la Tabla 1 se proporciona un listado relativamente exhaustivo de posibles paratextos.

Tabla 1. Posibles paratextos de una obra literaria (Genette, 2001).

Peritextos del editor (portada, portadilla, anexos, etc.)	Epigramas
Nombre del autor	Prefacios
Título	Intertítulos
<i>Prière d’insérer</i> ²	Notas
Dedicatorias (del trabajo y del ejemplar)	Epitextos (públicos o privados)

La presencia de paratextos es especialmente importante y relevante en obras de carácter literario. No obstante, existen diversos trabajos centrados en el análisis de paratextos de libros de texto de matemáticas. Barbosa (2014) analiza los paratextos de traducciones al portugués de manuales franceses utilizados en la *Real Academia Militar de Río de Janeiro*. Por su parte, Andrade y de Souza Ferreira (2015) ilustran la contribución que el análisis de los paratextos puede hacer a la Historia de la Educación Matemática estudiando en detalle los paratextos presentes la obra *Arithmetica theoricopratica* de André Perez y Marín.

También podemos encontrar trabajos centrados en el análisis de paratextos concretos, sobre todo en el análisis de prólogos. Así, Oller-Marcén y Muñoz-Escolano (2019) muestran que los prólogos constituyen una unidad de análisis interesante para identificar concepciones y creencias del autor de

² Este término no parece tener traducción en castellano. Genette (2001, p. 91) lo define como una “hoja impresa que contiene indicaciones sobre una obra y que es adjuntada a los ejemplares que se envían a la crítica”.

la obra analizando el caso del *Compendio Mathematico* de Tosca. Muñoz-Escolano y Oller-Marcén (2020) realizan un estudio similar, aunque en mayor profundidad, analizando el conjunto de los textos sobre Álgebra escritos en español en el siglo XVI.

Al margen de los prólogos, no existen demasiados trabajos centrados en analizar la presencia y el contenido de paratextos concretos en libros de texto de matemáticas. Podemos mencionar el trabajo de Puig (2006) centrado en analizar detalladamente el contenido de una nota al pie del *Tratado Elemental de Matemáticas* de Vallejo y que, no obstante, su carácter anecdótico, muestra que las notas al pie pueden contener información de interés desde el punto de vista de la historia de la educación matemática.

Genette define las notas (2001, p. 272) del siguiente modo:

Una nota es un enunciado de extensión variable (una palabra es suficiente) relativo a un segmento más o menos determinado del texto, y dispuesto ya sea junto a ese segmento o en referencia a él. El carácter siempre parcial del texto de referencia, y en consecuencia el carácter siempre local de enunciado de la nota, me parece el rasgo formal más distintivo de este elemento del paratexto, que lo opone al prefacio entre otros.

De entre los diversos tipos existentes, nos centramos aquí en las notas originales (de primera edición) presentes en textos de carácter discursivo. En este ámbito, Genette (2001) distingue hasta ocho funciones posibles para las notas: proporcionar definiciones o explicaciones de términos usados en el texto, aportar traducciones de citas que aparecen en el texto, proporcionar referencias de citas y fuentes empleadas, exhibir autoridades o documentos de apoyo o confirmativos, precisar un hecho mencionado de forma vaga o descuidada en el texto, señalar incertidumbres o complejidades que el autor ignoró en el texto por considerar que no interesan al lector ordinario, aportar argumentos suplementarios o anticipaciones a objeciones y, por último, realizar digresiones a propósito.

MÉTODO

Para alcanzar los objetivos indicados anteriormente, abordamos una investigación de carácter documental (McCulloch, 2004) a través de un estudio de caso de tipo exploratorio (Lune & Berg, 2017). El trabajo se ha desarrollado según las fases del método de investigación histórico: heurística, crítica (interna y externa) y hermenéutica; aplicadas al ámbito de la Historia de la Educación Matemática (González Astudillo, 2009).

El estudio realizado se centra en algunas de las obras de Juan Cortázar. En palabras de León-Mantero (2017, p. 319) se trata “del autor que probablemente más influencia tuvo en la difusión de las matemáticas escolares en España y en la formación matemática de los estudiantes españoles de la segunda mitad del siglo XIX”. Fue autor de textos de Aritmética, Álgebra, Geometría y Trigonometría dirigidos a todos los niveles educativos (desde primera enseñanza hasta universidad) que fueron reeditados en numerosas ocasiones, en algunos casos, hasta ya bien entrado el siglo XX. Además del ya citado, existen diversos trabajos que abordan el estudio de la vida y la obra de Cortázar desde el punto de vista de la historia de la educación matemática (León-Mantero & Maz-Machado, 2016; León-Mantero, Maz-Machado, Madrid & Jiménez-Fanjul, 2018; León-Mantero, Maz-Machado & Madrid, 2019).

De los doce textos escritos por el autor (algunos de ellos inéditos), las obras seleccionadas han sido:

- *Aritmética práctica para uso de las escuelas primarias* (Cortázar, 1856).
- *Tratado de Geometría elemental* (Cortázar, 1847).
- *Tratado de Geometría analítica* (Cortázar, 1855).

Estas obras se han seleccionado con el objetivo de representar cada uno de los niveles educativos a los que el autor dirige su obra. Como su título indica, la *Aritmética práctica* se dirigía a alumnos de primera enseñanza y fue reeditada al menos 12 veces hasta 1900. El *Tratado de Geometría elemental*

estaba destinado a alumnos de segunda enseñanza, universidad y escuelas profesionales, se reeditó en 37 ocasiones hasta 1917, y formó parte de los listados de libros de texto para la enseñanza en secundaria desde 1848. Por último, el *Tratado de Geometría analítica* se dirigía a alumnos de universidades y escuelas superiores, se reeditó en 5 ocasiones hasta 1885, y desde su segunda edición de 1862 se señaló como obra de texto en dichas instituciones. En todos los casos hemos analizado versiones digitalizadas de la primera edición de estas obras disponibles en repositorios públicos. Así pues, en lo relativo a la crítica interna se garantizan los criterios de autenticidad, credibilidad, representatividad y significado señalados por Scott (1990) para investigaciones de tipo documental.



Figura 1. Portadas de las obras analizadas

La primera fase de análisis (crítica externa) se ha abordado de un modo deductivo. En primer lugar, se han identificado todas las notas al pie de cada una de las tres obras consideradas y, a continuación, se les ha asignado al menos una de las ocho funciones distinguidas por Genette (columna izquierda de la Tabla 2). En la segunda fase del análisis (hermenéutica) se ha analizado en detalle el contenido de las distintas notas al pie asignando a cada nota al pie, cuando ha sido posible, al menos una de las categorías señaladas por Maz-Machado y Rico (2015) que se presentan en la columna derecha de la Tabla 2.

Tabla 2. Categorías para en las dos fases del análisis

Funciones (Genette, 2001)	Temas (Maz-Machado & Rico, 2015)
F1 – Definir o explicar términos.	T1 – Actualización.
F2 – Traducir de fragmentos del texto.	T2 – Originalidad.
F3 – Mencionar de referencias o fuentes.	T3 – Rigor y precisión.
F4 – Exhibir autoridades y/o documentos de apoyo.	T4 – Interés social de las matemáticas.
F5 – Precisar afirmaciones o enunciados.	T5 – Principios filosóficos.
F6 – Señalar complejidades ignoradas en el texto.	T6 – Principios didácticos
F7 – Aportar argumentos suplementarios o anticipar objeciones.	
F8 – Realizar digresiones.	

En las dos fases de análisis se ha seguido una estrategia de triangulación de investigadores (Flick, 2004) de modo que cada uno de los dos investigadores implicados en el estudio asignaron independientemente las categorías a cada nota y, en los casos de discrepancia, se asignaron finalmente categorías tras un debate entre ellos. De este modo se mejora la confianza en las interpretaciones realizadas y aumenta la legitimación del estudio en el sentido de Onwuegbuzie y Leech (2007).

RESULTADOS

En primer lugar, presentamos un resumen sobre el número de notas al pie identificadas en cada una de las tres obras analizadas (Tabla 3). Como podemos observar, la densidad de notas al pie es similar en las 3 obras, con un muy ligero decrecimiento en su presencia conforme aumenta el nivel de los destinatarios objetivos del texto.

Tabla 3. Notas al pie en las obras analizadas

Obra	Notas al pie	Páginas	Densidad
<i>Aritmética práctica</i>	14	108	0,13
<i>Geometría elemental</i>	28	237	0,12
<i>Geometría analítica</i>	43	464	0,09

En cuanto a las finalidades de las notas al pie en cada texto, la Tabla 4 nos permite apreciar que, en mayor o menor medida, todos los tipos de finalidades están presentes en alguno de los tres textos analizados. Además, observamos que existen notas que cumplen más de una finalidad.

En cuanto a su frecuencia, las categorías de finalidades más presentes en las tres obras analizadas de Cortázar son F1, F5, F6 y F7, mientras que las categorías F2, F3, F4 son muy escasas.

Tabla 4. Frecuencia (porcentaje sobre el total de notas al pie) de las finalidades en las obras analizadas

Finalidad	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
<i>Aritmética Práctica</i>	8 (57%)	0	0	0	5 (36%)	4 (29%)	2 (14%)	1 (7%)
<i>Geometría Elemental</i>	8 (29%)	0	2 (7%)	1 (4%)	12 (43%)	9 (32%)	12 (43%)	4 (14%)
<i>Geometría Analítica</i>	8 (19%)	1 (2%)	3 (7%)	1 (2%)	17 (40%)	18 (42%)	21 (49%)	5 (12%)

Como ya hemos dicho, existen notas con las que el autor perseguía más de una finalidad. Por ejemplo, en el texto *Aritmética práctica* al presentar por primera vez el metro como unidad de medida de longitud, se incluye la siguiente nota al pie (Cortázar, 1856, p. 93): “(a) Diezmillonésima parte del cuarto del meridiano terrestre *que pasa por París*, y no de un meridiano cualquiera, pues es muy probable que los meridianos de la tierra sean desiguales”. Esta nota reúne rasgos tanto de la categoría F1 (pues el autor presenta la definición del término ‘metro’ citado en el texto) como de la categoría F6 (puesto que el autor aporta una información adicional acerca de la desigualdad de los meridianos terrestres, complejidad ignorada en el texto por el autor y que cree conveniente incluir en la nota).

A pesar de que las categorías F1, F5, F6 y F7 son las más abundantes en los tres textos, existen ciertas diferencias entre las obras. La categoría F1 es la más frecuente en el texto *Aritmética práctica*, que está dedicado a la primera enseñanza. Sin embargo, esta categoría va perdiendo presencia relativa en las obras dedicadas a segunda enseñanza y educación superior, en las que aparece una mayor cantidad de notas asociadas a las finalidades F5, F6 y, sobre todo, F7. Así, casi la mitad de las notas del texto *Geometría analítica* tienen como objetivo aportar algún argumento suplementario a algún resultado o demostración presente en el texto (categoría F7). Los ejemplos más claros y frecuentes de esta situación los encontramos cuando, después de demostrar un enunciado o teorema, Cortázar señala en nota al pie, que existe alguna otra forma más breve de demostrarlo (ver Figura 2).

(1) Esta 2.^a consecuencia puede deducirse inmediatamente de la definición del diámetro. En efecto, el diámetro debe dividirse en dos partes iguales a un sistema de cuerdas paralelas: entre estas cuerdas hay una que pasa por el centro; luego el diámetro tiene que pasar por el centro.

Figura 2. Nota al pie correspondiente a F7 (Cortázar, 1855, p. 140)

Las notas incluidas en la categoría F6 tienen como objeto aportar una información adicional (relacionada de forma directa con el texto) compartiendo algunos aspectos o matices que el autor no ha creído imprescindible incluir en el mismo y que se dirigen a lectores más expertos o interesados. Por ejemplo:

Obsérvese que la demostración geométrica de estos teoremas comprende a toda clase de números comensurables e incommensurables; mientras que el razonamiento con que la mayor parte de los autores

pretenden probar dichos teoremas en el álgebra, supone que los números son comensurables, y aún números enteros (Cortázar, 1847, p. 115).

Las notas asociadas a la categoría F5 se utilizan para precisar de forma muy concreta algún aspecto del texto y, por lo tanto, suelen tener una extensión y carga argumentativa menor que las anteriores. Un ejemplo lo encontramos cuando el autor, al hablar en el texto de la división de dos números naturales, señala en una nota al pie (Cortázar, 1856, p. 25): “Si la división es inexacta, entiéndase cociente entero” para precisar la definición de ‘cociente’ que se da en el texto. En otros casos, este tipo de notas se utilizan para introducir ciertos abusos de lenguaje, como en el siguiente ejemplo (Cortázar, 1855, p. 8): “En adelante, con objeto de abreviar, en lugar de decir *la recta cuyo valor es a, b, etc.*, se dirá *la recta a, b, etc.*”.

Entre las categorías F5, F6 y F7 es donde mayor cantidad de notas encontramos con finalidades múltiples. Muchas de las notas clasificadas a la vez como F5 y F6 son aquellas que precisan y además demuestran que algunas de las condiciones aportadas en una definición o en las hipótesis de un resultado en el texto son necesarias y, por otro lado, muchas de las notas clasificadas como F6 y F7 simultáneamente explican un paso de una demostración que no está suficientemente claro en el texto.

Por último, indicamos que las notas asociadas a las categorías F3 y F4 son escasas y están presentes únicamente en las obras dirigidas a segunda enseñanza y enseñanza superior. En ellas se hace referencia principalmente a otros textos del propio autor y únicamente se mencionan explícitamente tres autores: Lambert y Euler (tan solo por el nombre) y Legendre (del que se cita su Geometría).

Respecto a las diferentes temáticas abordadas en las notas, la Tabla 5 ilustra la presencia de todas las temáticas consideradas, si bien algunas aparecen de forma poco significativa. Además, como ya sucedió en el caso de las temáticas, se han identificado notas que abordan más de un tema.

Tabla 5. Frecuencia de las temáticas de las notas presentes en las obras analizadas

Temática	T1	T2	T3	T4	T5	T6
<i>Aritmética práctica</i>	0	1 (7%)	8 (57%)	4 (29%)	1 (7%)	3 (21%)
<i>Geometría elemental</i>	8 (11%)	1 (4%)	26 (93%)	0	2 (7%)	2 (7%)
<i>Geometría analítica</i>	0	3 (7%)	42 (98%)	0	2 (5%)	4 (9%)

Como podemos observar, el tema mayoritario de las notas analizadas está relacionado con el rigor y la precisión (T3). De hecho, en el caso de las obras dirigidas a segunda enseñanza y a enseñanza superior, este tema aparece en la práctica totalidad de las notas analizadas. En la *Aritmética práctica*, sin embargo, se aprecia un mayor equilibrio entre este tema y aquellos menos relacionados con aspectos puramente matemáticos (T4, T5 y T6).

Como cabía esperar, se ha detectado un cierto grado de asociación entre las finalidades de la nota y los temas abordados en la misma. Así, notas como la mostrada en la Figura 2 (que se corresponde con la función F7) abordan claramente el tema T3. Del mismo modo, las funciones F3 y F4 tienen una cierta relación con los temas T1 y T2 (Figura 3).

(a) Lambert demostró el primero que la razón de la circunferencia al diámetro es un número incommensurable. Véase la geometría de Legendre.

Figura 3. Nota al pie correspondiente a F3, F4 y T1 (Cortázar, 1847, p. 98)

Por último, los temas de mayor relevancia desde el punto de vista de la Educación Matemática (T5 y T6) suelen estar vinculados a notas cuya finalidad es incluir digresiones (F8). Un ejemplo lo encontramos en la siguiente nota (Cortázar, 1847, p. 27): “Esta comprobación debe hacerse mentalmente, sin escribir ningún guarismo. Recomendamos este método de comprobación a los profesores; los que lo sigan, pronto adquirirán la suficiente destreza y verán la ventaja de este método sobre los otros”.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En este trabajo hemos abordado el análisis de las notas al pie en tres obras de Juan Cortázar. Las notas al pie son un elemento importante de una obra escrita al que no se ha prestado demasiada atención específica en el ámbito de la Historia de la Educación Matemática. En el análisis realizado hemos constatado que su presencia es relativamente importante en las obras estudiadas (en torno a una nota por cada diez páginas). Del mismo modo, las categorías utilizadas para el análisis se han demostrado útiles, tanto las relativas a las funciones (Genette, 2001) como las referidas a la temática (Maz-Machado & Rico, 2015). Se aprecia, no obstante, que resultaría de interés para futuras investigaciones en esta línea un refinamiento de la categoría T3 (asociada al rigor y precisión) que nos permita realizar un análisis más fino, sobre todo teniendo en cuenta que se trata del tema más frecuente.

Cortázar se formó en Francia y vivió en Inglaterra, en consecuencia, cabría esperar una clara influencia de autores de dichos países en su obra. Sin embargo, estas posibles influencias no se ponen de manifiesto en sus notas al pie, que incluyen muy escasas referencias. Este hecho coincide con lo observado por León-Mantero (2017), quién señala que esta escasez de referencias es un fenómeno generalizado en toda la obra del autor. Por otro lado, la presencia de notas que abordan los temas T4, T5 y T6 (aunque no muy frecuentes excepto en el caso de la *Aritmética práctica*), evidencian “el interés de uno de los autores de mayor influencia en la formación de escolares del siglo XIX, por establecer estrategias didácticas” (León-Mantero, Maz-Machado, Madrid, & Jiménez-Fanjul, 2018, p. 43). La abundancia de notas relacionadas con la categoría T3 ponen de manifiesto elementos esenciales de la obra de Cortázar como “su rigurosidad [...] y la preocupación por ofrecer al lector un texto matemático de alta calidad” (León-Mantero, Maz-Machado, & Madrid, 2019, p. 167).

Hemos observado diferencias relativamente claras entre la *Aritmética práctica* y los dos textos de Geometría, tanto desde el punto de vista de las funciones como desde el de los temas. Pensamos que estas diferencias se deben principalmente a los destinatarios objetivos a los que se dirigen las obras, de modo que la necesidad de abordar unos temas u otros varía y también la función de las notas incluidas. Así, mientras la definición o explicación de términos (F1) supone el 57% de las notas en el texto dedicado a la primera enseñanza (y, por tanto, a principiantes sin conocimientos anteriores), sólo representa el 19% de las notas del texto destinado a la universidad (donde la necesidad de aportar explicaciones de términos es menor).

Finalmente, pensamos que los resultados obtenidos en este estudio de caso abren la puerta a realizar investigaciones más amplias en esta línea.

Referencias

- Andrade, M.M., & de Souza Ferreira, M.P. (2015). Uma análise paratextual da obra “arithmetica theorico-practica”. *Conexões-Ciência e Tecnologia*, 9(4), 153-165.
- Barbosa, E.M. (2014). *As matemáticas puras e mistas e a Academia Real Militar do Rio de Janeiro: análise de paratextos de tratados, elementos e compêndios*. (Tesis de maestría). Universidad de Sao Paulo, Sao Paulo. Recuperada de <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/100/100135/tde-01122014-225110/es.php>.
- Carrillo Gallego, D. (2005). *La Metodología de la aritmética en los comienzos de las Escuelas Normales (1838-68) y sus antecedentes*. (Tesis doctoral). Universidad de Murcia, Murcia. Recuperada de <https://www.tesisenred.net/handle/10803/78030>.
- Cortázar, J. (1847). *Tratado de Geometría elemental*. Madrid: Imprenta y fundición de D. Eusebio Aguado.
- Cortázar, J. (1855). *Tratado de Geometría analítica*. Madrid: Imprenta de Don Agustín Espinosa.
- Cortázar, J. (1856). *Aritmética práctica para uso de las escuelas primarias*. Madrid: Imprenta de Don Gabriel Alhambra.
- Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM*, 45(5), 633-646.

- Flick, U. (2004). Triangulation in qualitative Research. En U. Flick, E. von Kardoff, & I. Steinke I. (Eds.), *Companion to Qualitative Research* (pp. 178-183). London: SAGE.
- Genette, G. (2001). *Umbrales*. México: Siglo XXI.
- Gómez, B. (2011). Marco preliminar para contextualizar la investigación en historia y educación matemática. *Epsilon*, 28(1), 9-22.
- González Astudillo, M.T. (2009). La investigación en historia de la educación matemática. *Educación y Ciencia*, 1(36), 37-58.
- González Astudillo, M.T., & Sierra Vázquez, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas: los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(3), 389-408.
- León-Mantero, C. (2017). *Juan Cortázar y su contribución a la formación matemática española en el siglo XIX*. (Tesis doctoral). Universidad de Córdoba, Córdoba. Recuperada de <https://helvia.uco.es/handle/10396/14562>.
- León-Mantero, C., & Maz-Machado, A. (2016). Análisis comparativo de las primeras ediciones del Tratado de Álgebra superior de Juan Cortázar. En C. Fernández, J. L. González, F. J. Ruiz, T. Fernández, & A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (p. 609). Málaga: SEIEM
- León-Mantero, C., Maz-Machado, A., & Madrid, M.J. (2019). Juan Cortázar (1809-1873): profesor, autor y matemático. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 22(1), 159-169.
- León-Mantero, C., Maz-Machado, A., Madrid, M.J., & Jiménez-Fanjul, J. (2018). Estrategias didácticas en libros de matemáticas españoles del siglo XIX: los tratados elementales de Juan Cortázar. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*, 52, 34-45.
- López-Esteban, C. (2019). La institucionalización del análisis matemático en el siglo XVIII a través de libros históricos y su reflejo en la enseñanza para Educación Secundaria en España a través del análisis de manuales. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 95-116). Valladolid: SEIEM.
- Lune, H., & Berg, B. L. (2017). *Qualitative Research Methods for the Social Sciences*. Essex: Pearson.
- McCulloch, G. (2004). *Documentary research in education, history, and the social sciences*. New York: Routledge/Falmer.
- Maz-Machado, A., & Rico, L. (2015). Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 49-76.
- Muñoz-Escolano, J.M., & Oller-Marcén, A.M. (2020). Análisis de los prólogos de los textos algebraicos publicados en España durante el siglo XVI. *Historia y Memoria de la Educación*, 11, 51-85.
- Oller-Marcén, A.M., & Muñoz-Escolano, J.M. (2019). Conceptions about mathematics, its teaching and its learning in the Compendio Mathematico (1707) written by the Spanish Thomas Vicente Tosca (1651-1723). *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33(64), 635-648.
- Onwuegbuzie, A. J., & Leech, N. L. (2007). Validity and qualitative research: An oxymoron? *Quality & Quantity*, 41(2), 233-249.
- Picado, M. (2012). *El sistema Métrico Decimal en libros de texto de matemáticas en España durante la segunda mitad del siglo XIX (1849-1892)*. (Tesis doctoral). Universidad de Granada,. Recuperada de <https://digibug.ugr.es/handle/10481/35157>.
- Puig, L. (2006). Vallejo perplejo. En A. Maz, M. Torralbo, & L. Rico (Eds.). *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la educación matemática* (pp. 113-138). Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.
- Sánchez Ron, J.M. (1992). Las ciencias Físico-Matemáticas en la España del siglo XIX. *Ayer*, 7, 51-84.
- Scott J. (1990). *A matter of record, documentary sources in social research*. Cambridge: Polity Press.