

EL ESQUEMA DE DERIVADA EN LA RESPUESTA DE UN ESTUDIANTE A TAREAS DE CINEMÁTICA: ESTUDIO DE CASO

Derivative schema in the answer of a student to kinematic's tasks: study case

Bermejo-Luna, M. V. y Sánchez-Matamoros, G.

^aUniversidad de Sevilla

Resumen

El aprendizaje del concepto de derivada ha sido ampliamente estudiado en Didáctica de las Matemáticas, debido a que es fundamental en la construcción del aprendizaje del Análisis Matemático. Así mismo, son muchos los estudios que investigan el aprendizaje de este concepto aplicado a otras ramas de conocimiento. Nuestra investigación se centra, en particular, en la aplicación del concepto de derivada a la Cinemática. Nuestro objetivo es analizar el uso que hace los estudiantes de Bachillerato del concepto de derivada cuando resuelve tareas en el contexto de la Cinemática, para ello hemos adoptado la Teoría APOS como marco teórico. Presentamos en esta comunicación, un estudio de caso, en el que los datos proceden de las respuestas de un estudiante de 2º de Bachillerato a un cuestionario de cuatro tareas. Con él se muestra una evidencia de cómo el desarrollo del esquema de la derivada permite que se establezca la transferencia de conocimiento entre ambas materias.

Palabras clave: cinemática, derivada, esquema, estudio de caso, teoría APOE, transferencia de conocimiento.

Abstract

How the concept of the derivative is learnt has been widely studied in Didactics of Mathematics. It is essential in the process of learning Calculus. Likewise, there are many studies that investigate how this concept is learnt applied to other branches of knowledge. Our research focuses, in particular, on the application of the derivative concept to Kinematics (the branch of Physics that studies motion). Our aim is to analyze the use that high school students make of the concept of derivative when they solve tasks in the context of Kinematics. For this, we have adopted the APOE theory as a theoretical framework. We present in this communication a case study. The data comes from the answers of a last year high school student to a four-task questionnaire. Evidence is shown of how the development of the derivative schema allows the transfer of knowledge between both subjects.

Keywords: APOS theory, derivative, kinematics, schema, study case, knowledge transfer.

INTRODUCCIÓN

Si analizamos detenidamente el currículo español para las materias de Matemáticas y Física, observamos que la relación evidente que se establece de manera histórica entre ambas disciplinas aparece de forma poco explícita o incluso confusa. Un ejemplo claro lo encontramos en el estudio de la Cinemática (rama de la Física que estudia el movimiento sin atender a los motivos que lo provocan); donde pese a que el estudio del concepto de la velocidad media aparece en 2º de la ESO no es hasta 4º de la

Bermejo-Luna, M. V. y Sánchez-Matamoros, G. (2022). El esquema de derivada en la respuesta de un estudiante a tareas de cinemática: estudio de caso. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 169-177). SEIEM.

ESO, donde se estudia en Matemáticas el concepto subyacente al mismo de tasa de variación media (Real Decreto 1105/2014).

Dentro de las Didácticas de las Matemáticas hay conceptos matemáticos cuyo aprendizaje han sido muy estudiados, es el caso del concepto de derivada puesto que su aprendizaje es uno de los pilares que sustenta toda la construcción del Análisis Matemático (Fuentealba et al., 2019). Así mismo, son muchos los estudios que investigan el aprendizaje de este concepto aplicado a otras ramas de conocimiento como pudieran ser, la Economía (Ariza y Llinares, 2009) o la Física (Carli et al., 2020; Christensen y Thomson, 2012; Susac et al., 2018).

En su estudio Christensen y Thomson (2012) investigan el uso que hacen los estudiantes de la interpretación geométrica de la derivada como pendiente de la recta tangente cuando responden tareas en ambos contextos, matemático y físico; concluyendo que los estudiantes tienen dificultades en tareas matemáticas que son similares a las que se preguntan en el contexto de física, indicando que algunas de las dificultades para que se establezca la transferencia de conocimiento tienen su origen en la comprensión de los conceptos matemáticos. Asimismo, Susac et al. (2018) en su investigación concluyen que aquellos estudiantes que han estudiado Física tienen menos dificultades en la interpretación geométrica de la derivada que aquellos que no han estudiado Física. Por otra parte, Carli et al. (2020) en su estudio sobre el uso que hacen los estudiantes a los conceptos de derivada, integral y vector en ambos contextos, físico y matemático, concluyen que dominar el contexto de la matemática no es garantía de éxito en la resolución de estas tareas en el contexto físico.

El objetivo de nuestra investigación es estudiar el uso que hacen los estudiantes de 2º de Bachillerato (17-18 años) del esquema de derivada en la resolución de problemas de Cinemática. En particular, presentamos un estudio de caso en el que se muestra cómo el desarrollo del esquema de derivada nos da información de la transferencia de conocimiento entre ambas materias (Matemáticas y Física).

MARCO TEÓRICO

Teoría APOE

Para comprender cómo se desarrolla un concepto en la mente de un estudiante y cómo lo dota de sentido, en nuestra investigación consideramos la Teoría APOE (Acción-Proceso-Objeto-Esquema) (Arnon et al., 2014). Acciones, procesos, objetos y esquemas, son las estructuras mentales que un estudiante construye a la hora de aprender un determinado concepto matemático, el paso por estas etapas no es necesariamente secuencial. El mecanismo para pasar de un estado de construcción de conocimiento matemático a otro es denominado como abstracción reflexiva. Los cinco tipos de mecanismos que propone este marco son: interiorización, coordinación, inversión, encapsulación y generalización; conllevan la construcción de las estructuras mentales de: acciones, procesos, objetos y esquemas.

Cuando una acción (transformación directa y externa) se repite y se interioriza da lugar a un proceso (estos se diferencian de las acciones de que pueden omitirse e imaginarse). El proceso se encapsula en un objeto (nuevas acciones se pueden aplicar sobre el mismo) sobre el que se puede observar de forma estática todas las características. Los objetos y procesos pueden coordinarse para formar nuevos objetos y procesos. Finalmente, el conjunto de acciones, procesos y objetos pueden agruparse en un esquema. Así mismo, todos estos mecanismos pueden darse de forma inversa.

Dentro de la teoría APOE, otro concepto fundamental es el de la descomposición genética, ésta es un modelo hipotético que describe las estructuras mentales que un estudiante debe construir en el aprendizaje de un concepto. En el caso del concepto de derivada hemos adaptado para esta investigación la descomposición genética del esquema de la derivada presentada por Font et al. (2016) al contexto de la Cinemática.

El esquema propuesto por el marco teórico APOE no es una estructura estática, se desarrolla de forma dinámica y progresiva en un orden denominado “la tríada”: Intra-, Inter- y Trans-. En particular, en el nivel Intra el estudiante se concentra en la repetición de una acción y reconoce algunas relaciones o transformaciones entre acciones sobre diferentes elementos del esquema. En el nivel Inter, el estudiante es capaz de construir relaciones y transformaciones entre los procesos y objetos que componen el esquema. Finalmente, cuando el estudiante toma conciencia de las relaciones y transformaciones posibles en el esquema y les da coherencia, se considera que el esquema construido está en el nivel Trans (Clark et al., 1997; Sánchez-Matamoros et al., 2006).

Transferencia de conocimiento

En 1999, Evans define la transferencia de conocimiento en Educación Matemática como la aplicación de la materia académica de Matemáticas fuera de su dominio, en este caso en el dominio de la Cinemática. Tomando como referencia el marco teórico propuesto por Rebello et al. (2017), la transferencia de conocimiento puede dividirse en dos tipos de asociaciones distintas: horizontales y verticales. Ésta primera, la transferencia de conocimiento horizontal, consiste en la activación de una estructura interna de conocimiento previo con la lectura de información explícita de un problema. Es este tipo de transferencia la que se puede poner de manifiesto en un estudiante que haya desarrollado el esquema de derivada. Por ejemplo, si un problema indica que un móvil se está moviendo a 10 metros/segundo, la transferencia horizontal se produce si el estudiante reconoce que dicha magnitud como la velocidad y lo puede conectar a la derivada de una función posición (Rebello et al. 2005)

METODOLOGÍA

Este trabajo asume un enfoque cualitativo de carácter descriptivo. Se diseñaron dos instrumentos para la selección de datos: un cuestionario (figura 1) y una entrevista clínica semiestructurada. El cuestionario fue respondido por Miguel, estudiante de 2º de Bachillerato (17 años) de la modalidad de Tecnología (optativas de Física y Dibujo Técnico), este estudiante en el momento de contestar el cuestionario había estudiado el concepto de derivada en Matemáticas I (en el curso anterior) y había cursado la asignatura de 1º de Bachillerato Física y Química.

Cuestionario

El cuestionario se diseñó a partir de la descomposición genética del esquema de derivada de Font et al. (2016) adaptada para esta investigación al contexto de la Cinemática. Es un cuestionario de respuesta abierta y consta de cuatro tareas que estudian el concepto de derivada aplicado a la Cinemática en sus dos registros de representación (algebraico-numérico y gráfico) con el carácter global (en un intervalo) y local (en un punto) de la misma (véase figura 1). En dicho cuestionario se pedía al estudiante las respuestas a las tareas y la justificación de las mismas. La transferencia de conocimiento horizontal entre las Matemáticas y la Física puede observarse en la resolución de cada tarea cuando el estudiante interpreta el significado físico de lo que le piden, asociándose la velocidad a la derivada de la función de posición o la aceleración a la segunda derivada de dicha función. Además, también puede evidenciarse que reconoce dichas magnitudes cuando el estudiante usa las unidades correctas a las magnitudes pedidas (de la posición, velocidad o aceleración).

Las tareas han sido adaptadas de investigaciones previas y de libros de texto propios de la etapa educativa (Ariza y Llinares, 2009; Azcárate, 1990; Fuentealba, 2017; Sánchez-Matamoros, 2004; Vizmanos et al., 2011).

Entrevista semiestructurada

Tras la realización de este primer cuestionario, se realizó una entrevista semiestructurada sobre las respuestas del estudiante al cuestionario. La entrevista se respondió en días posteriores a la realización del cuestionario, pues las preguntas que se hicieron tenían un carácter confirmatorio y se centraban en pedir una mayor justificación de la respuesta o en profundizar en la misma para poder clarificar cual había sido el proceso de resolución de la tarea por parte del estudiante en el cuestionario. Para ello, previamente a la realización de la entrevista, se examinaron las respuestas dadas por el estudiante a las diferentes tareas del cuestionario.

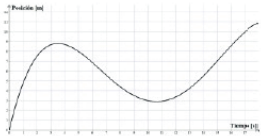
Además, en la entrevista se añadieron nuevas tareas en contexto de las matemáticas vinculadas a las tareas del cuestionario inicial en el contexto de la cinemática con el objetivo de confirmar si se estaba produciendo transferencia de conocimiento entre ambas materias, Matemáticas y Física (Planinic et al., 2012).

El procedimiento de análisis se ha realizado en dos fases considerando conjuntamente los datos procedentes de cuestionario y entrevista. En la primera fase, se analizó cada una de las tareas, considerando conjuntamente las respuestas dadas a cada una de las tareas del cuestionario y la entrevista. En la segunda fase del análisis, se analizó la resolución de todas las tareas.

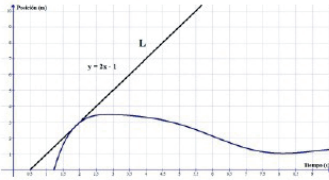
TAREA 1:
Indica la velocidad media de un móvil que se mueve en una única dimensión en los intervalos temporales [0,10], [10,20], [20,30] y [0,40] a partir de su posición en los distintos momentos:

Tiempo [s]	0	10	20	30	40
Posición [m]	0	33	41	56	100

TAREA 2:
A) Indica la velocidad media de un móvil que se mueve en una única dimensión en los siguientes intervalos temporales:
De 0 a 17 segundos.
De 0 a 11 segundos.
De 0 a 5 segundos.
De 0 a 2 segundos.
B)
a) ¿Hay algún intervalo dónde la velocidad media es nula? Si lo hubiera dibújalo sobre la gráfica. Justifica tu respuesta.
b) ¿Sabrías calcular la velocidad justo al comienzo del movimiento? Justifica tu respuesta. ¿Podrías dibujarla?



TAREA 3:



Suponer que la recta L es tangente a la gráfica de la posición de un móvil respecto del tiempo en el punto (2,3). ¿Cuál sería su posición a los dos segundos? ¿Y su velocidad en dicho instante?

TAREA 4:
La distancia recorrida por un autobús en los cinco primeros segundos desde que sale de una parada viene dada por la función $f(t)=t^2+2$. ¿Qué velocidad llevará en el instante $t=3$ segundos? ¿Y en el $t=4$ segundos? ¿Cuál será su velocidad instantánea para cualquier t ? Justifica tu respuesta.

Figura 1. Cuestionario inicial para la recogida de datos.

RESULTADOS

Los resultados obtenidos muestran que el desarrollo del esquema de la derivada, en el caso de Miguel, le permite establecer transferencia de conocimiento entre Matemáticas y Física.

El desarrollo del esquema de derivada de Miguel se evidencia a lo largo de la resolución de las diferentes tareas del cuestionario en las que el estudiante utiliza de forma correcta elementos matemáticos en el contexto de Cinemática (elementos de Cinemática) en diferentes registros de representación, y establece relaciones y coordinaciones lógicas entre ellos, poniéndose de manifiesto la síntesis entre los diferentes registros.

Así, tanto en la tarea 1 como en la tarea 2 (figura 1) aplica el elemento de la velocidad media como cociente incremental de la posición respecto al tiempo de forma correcta (figura 2).

Así mismo, en el apartado B de la tarea 2, cuando responde a la pregunta (apartado a, figura 1) de si hay algún intervalo donde la velocidad media sea nula afirma que “la velocidad media será nula $\Delta x=0$, luego tendremos que buscar estos intervalos. Y son aquellos que tienen la misma posición inicial y final” (véase la figura 2). Muestra que domina el elemento de la Cinemática de la velocidad media, este elemento lo tiene encapsulado en un *objeto* del que hace uso para responder a dicho apartado.

La velocidad media será nula $\Leftrightarrow \Delta x=0$ (esto), luego busco que
 buscar estos intervalos. Son aquellos que tienen la misma posición final e inicial.
 Están entre las dos 2015 vueltas

Figura 2. Respuesta del estudiante al apartado B de a la tarea 2.

Con respecto a la segunda pregunta del apartado B de la tarea 2, aunque el estudiante identifica la velocidad inicial como la pendiente de la recta tangente en el punto $t=0$ segundos, cuando se le pregunta sobre el valor que tiene dicha velocidad no responde a la pregunta.

En ambas tareas lee correctamente los datos de las magnitudes espacio y tiempo, y las relaciona para calcular la velocidad media. De igual forma, expresa todos los resultados con sus correspondientes unidades de medida, evidenciando la transferencia de conocimiento asociando la velocidad media a la tasa de variación media de la función de posición respecto al tiempo.

En la tarea 3, responde correctamente a la tarea preguntada (véase la figura 3). Utiliza el elemento de Cinemática en registro algebraico-numérico relativo a la velocidad instantánea; esto se evidencia cuando el estudiante escribe “la velocidad instantánea es dx/dt ”, también en el registro gráfico identificándola con la “pendiente de la recta tangente” en un instante determinado. En esta tarea se pone de manifiesto que el estudiante considera la velocidad en un instante dado tanto como la derivada de la posición con respecto al tiempo y como la pendiente de la recta tangente a la curva en dicho instante en la gráfica Posición-Tiempo, manifestando la síntesis entre ambos registros algebraico-numérico y gráfico.

De igual forma, cuando se le pregunta en la entrevista por puntos de la gráfica con velocidades instantáneas negativas responde correctamente con el valor de un punto y lo justifica:

Entrevistador (E): ¿Puedes decirme algún punto de la gráfica con velocidad instantánea negativa?

Miguel (M): Cualquiera el que dx/dt sea menor que cero. A simple vista, supongo que estaría en este intervalo (2,75, 8).

Al igual que en las dos primeras tareas, Miguel contesta indicando las unidades de las medidas de las magnitudes correspondientes. Además, Miguel en su resolución, asocia la velocidad instantánea a la derivada de la función de posición respecto al tiempo, evidenciándose de nuevo la transferencia de conocimiento horizontal.

Pese a que en el cuestionario inicial deja la tarea 4 sin responder, justificándolo por “falta la velocidad, no tengo tiempo” en la entrevista responde correctamente a la tarea y escribe la solución a la misma. Utiliza los elementos de Cinemática algebraico-numéricos globales relativos a la velocidad instantánea en un cualquier instante de tiempo como la derivada de la posición para cualquier instante y las reglas de derivación, véase la figura 4, “ $v=dx/dt=d(t^2+2)/dt=2t$ ”.

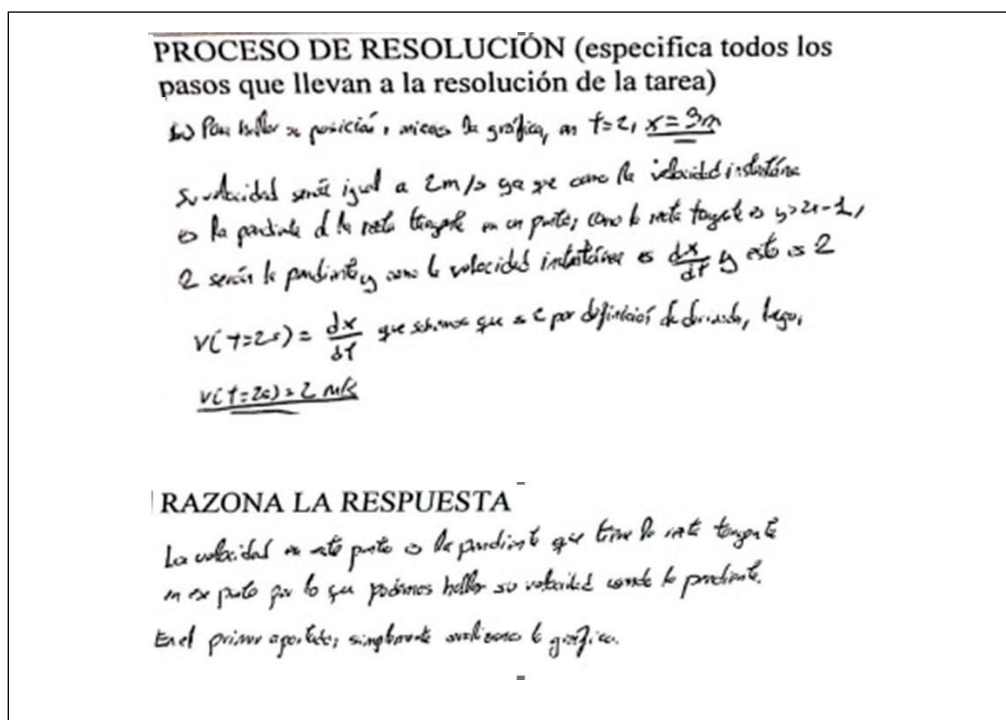


Figura 3. Respuesta del estudiante a la tarea 3.

Así mismo, coordina estos elementos de Cinemática mediante la relación “y lógica” para resolver correctamente la tarea, sustituyendo en la función velocidad hallada el tiempo por 3s y por 4s, para encontrar la velocidad del móvil en los instantes que le pide la tarea. Aunque calcule también la posición, posteriormente es preguntado en la entrevista:

E: ¿Es necesario calcular la posición?

M: No, la calculo para que esté más completo

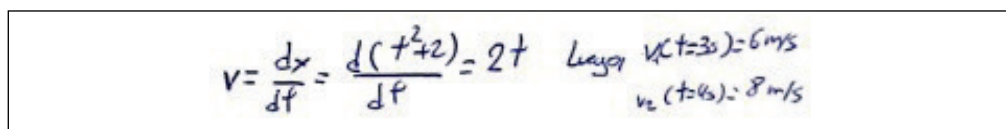


Figura 4. Respuesta del estudiante a la tarea 4 en la entrevista.

La resolución correcta de la tarea 3 y 4 muestra que tiene los procesos de dichas tareas *encapsulados* en el objeto velocidad instantánea y que es capaz de aplicarlo en ambos registros tanto gráfico como algebraico-numérico.

En la entrevista, se le preguntó también:

E: ¿Qué relación existe entre la posición y la velocidad?

M: $v=dx/dt$ la velocidad es la derivada de la posición respecto del tiempo.

Esto muestra que efectivamente tiene coordinado todos los elementos de la Cinemática necesarios para resolver estas tareas.

Así mismo, durante la entrevista se le facilitó al estudiante el enunciado de las tareas 1, 3 y 4 sin el contexto de la Cinemática. El estudiante identifica las tareas como similares a las originales exceptuando el cambio de contexto.

M: Es exactamente la misma gráfica, pero en el primer cuestionario era una actividad con las derivadas aplicadas a un móvil y aquí te habla de una función cualquiera.

Miguel hace uso de diferentes elementos de la Cinemática, independientemente de su carácter local o global y su registro de representación gráfico o algebraico-numérico; por tanto, podemos categorizarlo en el nivel Trans de desarrollo del esquema. Además, este nivel también se caracteriza, por el establecimiento de relaciones en o entre los elementos que conforman el esquema, hecho que también se evidencia en la resolución de diferentes tareas del cuestionario en Miguel.

La transferencia de conocimiento entre las Matemáticas y la Física puede observarse en la resolución de cada tarea en la medida en la que Miguel interpreta el significado físico de lo que le piden, evidenciándose en el uso de las unidades correctas a las magnitudes pedidas (de la posición, velocidad o aceleración) y sólo utiliza los movimientos estudiados en la instrucción previa, movimiento rectilíneo uniforme y movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, cuando corresponde (tarea 4). Por tanto, Miguel transfiere horizontalmente el conocimiento entre la Física y la Matemática puesto que es capaz de leer las tareas propuestas de forma idéntica en ambos contextos, aplicar el concepto matemático subyacente al elemento de Cinemática y adecuar la respuesta según el contexto de la tarea.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El análisis de las respuestas al cuestionario de Miguel nos ha permitido inferir que se encuentra en el nivel Trans de desarrollo del esquema puesto que utiliza los elementos de Cinemática de velocidad media e instantánea en ambos registros de representación y establece relaciones entre ellos. Además, el desarrollo del esquema en este nivel le ha permitido transferir el conocimiento entre las dos áreas.

Tras el estudio de las respuestas de este estudiante, queda abierto al análisis de la tematización del esquema de derivada (Fuentealba et al., 2017) aplicado a la resolución de tareas de Cinemática por este estudiante.

Los resultados de este estudio están en coherencia con los concluidos por Christensen y Thompson (2012) y Susac et al. (2018), en sus investigaciones. Según Christensen y Thompson (2012) algunas de las dificultades para que se establezca la transferencia de conocimiento tienen su origen en la comprensión de los conceptos matemáticos; pero como se concluye en la investigación de Rebello et al. (2017) para que esta transferencia de conocimiento ocurra, es necesario que el estudiante tenga un esquema robusto en el contexto inicial pero además, debe saber cómo aplicar estos conceptos matemáticos a las tareas de física. Asimismo, respecto a la investigación de Susac et al. (2018), aquellos estudiantes que mostraban una mayor comprensión de los conceptos matemáticos, controlaban el contexto de la física y eran capaces de transferirlo a un contexto totalmente nuevo como el de las finanzas. Sin embargo, en otras investigaciones como la de Planinic et al. (2012) o la de Carli et al. (2020) consideran que te-

ner un esquema robusto en el contexto inicial es insuficiente y que la dificultad de la transferencia de conocimiento entre ambas áreas radica en la separación de la Física y la Matemática en su enseñanza, haciendo que un mismo objeto sea identificado como distinto por los estudiantes dependiendo del contexto en el que se estudie. Para estos investigadores, reconocer las matemáticas en otro contexto requiere también entender bien el otro contexto (que a veces, falla), junto con conocimiento matemático (Planinic et al., 2012 p.1411). El estudio de esta cuestión será analizado con mayor profundidad en nuestra investigación.

Referencias

- Ariza, Á. y Llinares, S. (2009). Sobre la aplicación y uso del concepto de Derivada en el estudio de conceptos económicos en estudiantes de Bachillerato y Universidad. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 121-136.
- Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktac, A., Roa Fuentes, S., Trigueros, M. y Weller, K. (2014). *APOS Theory - A Framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-7966-6>
- Azcárate, C. (1990). *La velocidad: introducción al concepto de derivada*. Universitat Autònoma de Barcelona.
- Carli, M., Lippiello, S., Pantano, O., Perona, M. y Tormen, G. (2020). Testing students ability to use derivatives, integrals, and vectors in a purely mathematical context and in a physical context. *Physical Review Physics Education Research*, 16(1), 10111. <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.16.010111>
- Clark, J. M., Cordero, F., Cottrill, J., Czarnocha, B., DeVries, D. J., St. John, D., Tolia, G. y Vidakovic, D. (1997). Constructing a schema: The case of the chain rule? *Journal of Mathematical Behavior*, 16(4), 345-364. [https://doi.org/10.1016/s0732-3123\(97\)90012-2](https://doi.org/10.1016/s0732-3123(97)90012-2)
- Christensen, W. M. y Thompson, J. R. (2012). Investigating graphical representations of slope and derivative without a physics context. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 8(2), 1-5. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.8.023101>
- Evans, J. (1999). Building bridges: Reflections on the problem of transfer of learning in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 39, 23-44. <https://doi.org/10.1023/A:1003755611058>
- Font, V., Trigueros, M., Badillo, E. y Rubio, N. (2016). Mathematical objects through the lens of two different theoretical perspectives: APOS and OSA. *Educational Studies in Mathematics*, 91(1), 107-122. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9639-6>
- Fuentealba, C. (2017). *Análisis del esquema de la derivada en estudiantes universitarios. TDX (Tesis Doctorals en Xarxa)*. Universitat Autònoma de Barcelona.
- Fuentealba, C., Sánchez-Matamoros, G., Badillo, E. y Trigueros, M. (2017) Thematization of derivative schema in university students: nuances in constructing relations between a function's successive derivatives, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(3), 374-392, <https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1248508>
- Fuentealba, C., Badillo, E., Sánchez-Matamoros, G. y Cárcamo, A. (2019). The understanding of the derivative concept in higher education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(2). <https://doi.org/10.29333/ejmste/100640>
- Planinic, M., Milin-Sipus, Z., Katic, H., Susac, A. y Ivanjek, L. (2012). Comparison of student understanding of line graph slope in physics and mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(6), 1393-1414. <https://doi.org/10.1007/s10763-012-9344-1>

- Real Decreto 1105/2014. *Boletín Oficial del Estado, Sec .I* (Num. 3), de 3 de enero de 2015, 169-546. <https://www.boe.es/eli/es/rd/2014/12/26/1105/con>
- Rebello, N. S., Zollman, D. A., Allbaugh, A. R., Engelhardt, P. V., Gray, K. E., Hrepic, Z. e Itza-Ortiz, S. F. (2005). Dynamic Transfer: A Perspective from Physics Education Research. In J. P. Mestre (Ed.), *Transfer of Learning from a Modern Multidisciplinary Perspective*. Information Age Publishing Inc.
- Rebello, N. S., Cui, L., Bennett, A. G., Zollman, D. A. y Ozimek, D. J. (2017). Transfer of learning in problem solving in the context of mathematics and physics. *Learning to Solve Complex Scientific Problems*, 223-246. <https://doi.org/10.4324/9781315091938-10>
- Sánchez-Matamoros, G. (2004). *Análisis de la comprensión en los alumnos de bachillerato y primer año de universidad sobre la noción matemática de derivada (Desarrollo del concepto)*. Universidad de Sevilla.
- Sánchez-Matamoros, G., García, M. y Llinares, S. (2006). El desarrollo del esquema de derivada. *Enseñanza de las Ciencias*, 24(1), 85-98.
- Susac, A., Bubic, A., Kazotti, E., Planinic, M. y Palmovic, M. (2018). Student understanding of graph slope and area under a graph: A comparison of physics and nonphysics students. *Physical Review Physics Education Research*, 14(2), 20109. <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.14.020109>
- Vizmanos, J., Hernández, J. y Alcaide, F. (2011). *Matemáticas I. Bachillerato*. Ediciones SM.