

EFFECTO DE UNA INSTRUCCIÓN BASADA EN FLEXIBILIDAD INTRATAREA EN LA COMPETENCIA EN RESOLUCIÓN ARITMÉTICA DE PROBLEMAS VERBALES Y EN EL DISFRUTE Y UTILIDAD PERCIBIDA

Effect of intra-task flexibility-based instruction on arithmetic word problem-solving competence and on perceived enjoyment and usefulness

Del Olmo-Muñoz, J.^a, González-Calero, J. A.^a, Diago, P. D.^b, Arevalillo-Herráez, M.^b y Arnau, D.^b

^aUniversidad de Castilla-La Mancha, ^bUniversitat de València

Resumen

Este estudio analiza el efecto sobre la competencia en la resolución de problemas verbales y el disfrute y utilidad percibidos de una secuencia de enseñanza orientada al desarrollo de la flexibilidad intratarea con un sistema tutorial inteligente. Para ello, 110 alumnos de 5.º y 6.º de primaria participaron en un estudio de método mixto de dos fases. La primera fase constó de seis sesiones de instrucción, además de un pre-test y post-test, para evaluar posibles ganancias en la competencia de los estudiantes. En la última sesión también se administró un cuestionario para valorar la satisfacción con la instrucción recibida. La segunda fase consistió en un estudio de casos en el que los participantes resolvieron problemas empleando flexibilidad intratarea. Los resultados revelan que esta flexibilidad mejora la competencia en la resolución de problemas verbales. Además, aunque los participantes consideran menos atractiva esta instrucción, la perciben como más útil.

Palabras clave: educación primaria, flexibilidad intratarea, resolución de problemas, sistemas tutoriales inteligentes.

Abstract

This study aims to analyse students' problem-solving proficiency and their perceived enjoyment and usefulness after an intra-task flexibility-based training with an intelligent tutoring system. For that purpose, 110 fifth and sixth grade students participated in a two-phase mixed-method study. The first phase consisted of six instructional sessions preceded and followed by test sessions in order to assess eventual problem-solving proficiency gains. Students also completed satisfaction tests with the purpose of analysing their perception towards the training sessions. The second phase consisted of a case study in which a selection of the students solved problems employing intra-task flexibility and answered questions related to the experience. The results reveal that intra-task flexibility improves students' word-problem proficiency. Besides, although participants do not consider this type of instruction as enjoyable, they evaluate it positively in terms of usefulness.

Keywords: elementary education, intelligent tutoring systems, problem solving, intra-task flexibility.

INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES

Los problemas verbales desempeñan un papel fundamental en el currículo de matemáticas en los niveles elementales (NCTM, 2000) y, por lo general, se consideran entre las actividades matemáticas más difíciles que los estudiantes deben afrontar en estos niveles (Verschaffel et al., 2020). A pesar de lo anterior, algunos autores hace años apuntaban a que el uso excesivo de este tipo de problemas podría favorecer una tendencia en los estudiantes a no recurrir al conocimiento del mundo real y a reducir la actividad matemática a un mero mecanismo procedimental (e.g., Verschaffel et al., 1994). En este sentido, en el marco de propuestas orientadas a devolver la conexión entre resolución de problemas y mundo real, Mellone et al. (2017) apuestan por la reformulación, por parte de los estudiantes, del enunciado de los problemas verbales. Esta técnica facilita el acto de reflexionar sobre los modelos de situación y puede funcionar como una herramienta para no excluir el conocimiento del mundo real en la resolución de problemas verbales. En la misma línea, propuestas encaminadas a promover la flexibilidad de los estudiantes en la resolución de problemas verbales —e.g., fomentando diferentes resoluciones de un mismo problema—, pueden ser también de utilidad a la hora de favorecer procesos reflexivos acerca de los modelos de situación posibles de un problema verbal.

Algunas investigaciones reflejan que los estudiantes con un buen desempeño en matemáticas tienen generalmente, entre otras cosas, la capacidad de pensar de manera flexible y emplear un conjunto amplio de herramientas y puntos de vista para abordar nuevos problemas y situaciones (Schoenfeld, 1992). De hecho, un aspecto crucial en el campo de la resolución de problemas es el desarrollo de conocimiento flexible (Star y Rittle-Johnson, 2008), cuya importancia se ha enfatizado en documentos normativos en todo el mundo (Star et al., 2015). Cabe en este punto hablar de las nociones de flexibilidad y adaptabilidad. Si bien algunos autores las tratan como sinónimos, otros establecen una distinción en la que sugieren que el término “flexibilidad” se refiere a la capacidad para producir múltiples estrategias para resolver un problema, mientras que “adaptabilidad” consiste en la capacidad de decidir cuál es la estrategia más adecuada para ese problema concreto (Heinze et al., 2009). En el presente estudio nos centraremos en la primera de ellas. Silver (1997) argumenta que el uso de situaciones que permitan a los/as alumnos y alumnas encontrar múltiples soluciones —resolviéndolas sucesivamente de diferentes maneras— se asocia con el desarrollo de la flexibilidad representacional (definida por algunos autores de manera similar a la adaptabilidad, es decir, la capacidad de decidir la estrategia apropiada para cada tarea) y procedimental (conocer más de un tipo de procedimiento para resolver un tipo particular de problema) en los estudiantes. A este respecto, existe evidencia de que brindar a los estudiantes oportunidades para desarrollar múltiples métodos o estrategias de resolución de problemas puede mejorar su flexibilidad (e.g., Star y Seifert, 2006). A tenor de lo anterior, la selección de problemas que permitan realizar múltiples resoluciones se vincularía a la promoción de la flexibilidad de los estudiantes (Silver, 1997). Elia et al. (2009) distinguen dos tipos de estrategias de flexibilidad: la flexibilidad intertareas —que implica cambios de estrategias entre diferentes problemas— y la flexibilidad intratarea —relacionada con cambios de estrategias en un mismo problema.

Por otra parte, los diferentes estados emocionales que experimentan los estudiantes durante la resolución de problemas matemáticos tienen un impacto en sus procesos cognitivos, y éste, a su vez, en su desempeño en la resolución de problemas (Muis et al., 2015). En el ámbito de la promoción del desarrollo de la flexibilidad intratarea en resolución de problemas, el estudio de Schukajlow y Achmetli (2017) demostró que el grupo que resolvió problemas solo siguiendo un camino de resolución mostró un menor grado de aburrimiento que el grupo en el que se intentó desarrollar la flexibilidad con la resolución de un mismo problema siguiendo diferentes caminos. La presente comunicación analiza en qué medida secuencias de enseñanza diseñadas para promover la flexibilidad intratarea puede ser de

utilidad para que los estudiantes de primaria mejoren su competencia en la resolución de problemas, y evalúa su percepción por parte de los estudiantes.

METODOLOGÍA

Objetivos

Atendiendo a lo anteriormente expuesto, se plantean las siguientes preguntas de investigación:

PI01: ¿Mejora la competencia de los estudiantes en la resolución aritmética de problemas verbales una secuencia enseñanza dirigida a promover la flexibilidad intratarea?

PI02: ¿Qué percepción tienen los estudiantes en términos de utilidad y disfrute acerca una propuesta de enseñanza dirigida a fomentar el desarrollo de la flexibilidad intratarea?

Diseño y participantes

La población de estudio comprendió 110 alumnos de seis grupos diferentes de quinto y sexto curso de Educación Primaria (10-12 años) de un colegio público situado en una zona rural de España. Los criterios de selección de los participantes estuvieron condicionados por la dificultad de aleatorizar la disposición de los participantes en diferentes grupos de estudio, exacerbada por las consecuencias de la pandemia (p. ej., grupos “burbuja” que permanecían aislados y con interacción limitada con otras personas del centro educativo). El diseño de la investigación es de tipo mixto, con una primera fase cuantitativa (estudio de grupos) y una segunda cualitativa (estudio de casos). Dado el contexto, la primera fase obedece a un diseño cuasi-experimental con tres grupos de estudiantes, conformados antes del estudio, siendo asignado cada uno de ellos a una diferente condición experimental:

Grupo A (36 alumnos): Grupo Experimental. Flexibilidad intratarea en la misma sesión.

Grupo B (37 alumnos): Grupo de control. Sin flexibilidad dentro de la tarea.

Grupo C (37 alumnos): Grupo Experimental. Flexibilidad intratarea en diferentes sesiones.

En el estudio de grupos se desarrolló una secuencia instruccional asistida por el sistema tutorial inteligente HINTS (véase siguiente sección), precedida y seguida de un pre-test y post-test. En total, se completaron ocho sesiones de 45 min desarrolladas durante un periodo de ocho semanas (a sesión por semana). Todos los problemas usados en el estudio eran adaptaciones de problemas de libros de texto. Las sesiones de la secuencia de enseñanza constaban de seis problemas que cada estudiante debía resolver individualmente con HINTS, pero diferían en términos de la flexibilidad intratarea. Así, el Grupo A resolvió tres problemas, dos veces cada uno, enfrentándose de nuevo al mismo problema inmediatamente después de la primera resolución con la exigencia de que debían seguir un camino de resolución diferente al empleado en primer lugar. El Grupo B se enfrentaba siempre a seis problemas diferentes, pero los problemas de las sesiones pares eran “isomorfos” a los presentados en las sesiones anteriores, esto es, las relaciones entre cantidades tenían la misma estructura matemática. Finalmente, el Grupo C debía resolver los mismos problemas que el Grupo A, pero en su caso, la obligación de plantear una segunda lectura de cada problema se hacía en la sesión siguiente.

Después del estudio de grupos, se seleccionaron 25 estudiantes de las tres condiciones para participar en un estudio de casos, en el que los participantes debían trabajar individualmente o en parejas resolviendo problemas en HINTS. Teniendo en cuenta que durante el estudio de casos se resolvieron problemas previamente abordados en el post-test, el criterio de selección procuró participantes de diferentes niveles de competencia. Durante el estudio de casos, se les solicitaba que resolvieran esos

mismos problemas utilizando diferentes caminos de resolución, ya que el objetivo era observar el desempeño de los estudiantes en situaciones que implican emplear la flexibilidad intratarea. Además, al final del estudio de casos, los estudiantes respondieron oralmente, en una entrevista en profundidad, a varias preguntas relacionadas con el grado de satisfacción y utilidad de la experiencia. Las sesiones fueron videograbadas y, tras ello, las actuaciones de los participantes fueron transcritas para su posterior análisis. En la figura 1 se sintetizan las diferentes fases de la investigación.

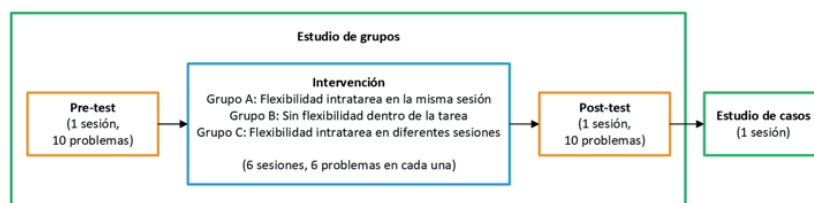


Figura 1. Diseño experimental.

Instrumentos

Antes y después de la intervención, se administraron en papel dos test para mensurar la competencia de los estudiantes en la resolución aritmética de problemas verbales. Los test fueron diseñados *ad hoc* y constaban de 10 problemas cada uno. Los problemas empleados en el post-test eran isomorfos a los del pre-test. A su vez, se diseñaron colecciones de problemas para cada una de las sesiones de la secuencia de enseñanza. Éstas fueron cargadas en el sistema HINTS y fueron abordadas por los estudiantes atendiendo a las características de cada condición experimental, tal y como se detalló en la sección anterior. Respecto a las características de los problemas empleados, tanto en pre-test y post-test, como en las sesiones con HINTS, se emplearon problemas verbales de varias etapas (entre dos y seis) con variedad de diferentes categorías semánticas, tanto aditivas (cambio, comparación aditiva, combinación) como multiplicativas (isomorfismo de medidas, comparación multiplicativa).

Por otra parte, en la última de las sesiones del estudio de grupos, se administró un segundo instrumento orientado a conocer la satisfacción de los estudiantes con la enseñanza recibida. El cuestionario estaba compuesto por 30 ítems, medidos mediante una escala tipo Likert de 5 niveles. Dado que uno de los propósitos de este trabajo es diagnosticar las percepciones de los estudiantes en términos de utilidad y disfrute hacia la situación en las que se les exige resolver un mismo problema usando más de una lectura, decidimos focalizar el análisis en los siguientes ítems: “Me gusta resolver el mismo problema de dos maneras diferentes” y “Resolver el mismo problema de dos maneras diferentes me ayuda a aprender”.

En cuanto a la herramienta de trabajo, todos los participantes en este estudio trabajaron individualmente utilizando el sistema tutorial inteligente HINTS (ver Arnau et al., 2013). Este sistema es capaz de supervisar las resoluciones tanto aritméticas como algebraicas durante el proceso de resolución de un problema. En particular, HINTS puede inferir el camino que sigue un estudiante al resolver un problema verbal y ofrecer retroalimentación a través de lenguaje natural mediante ayudas personalizadas. Por el diseño de esta investigación, en este estudio se empleó una configuración del sistema en la que las ayudas a demanda estaban desactivadas. En nuestro caso, se optó por un escenario en el que todas las acciones de los estudiantes eran monitorizadas para ser validadas si eran correctas, mientras que, para las acciones incorrectas el sistema proporcionaba un mensaje de error en la pantalla. El resolutor no recibió, en ningún caso, información sobre lo que debía hacer o sobre la causa de sus errores.

Una de las principales características de HINTS es su capacidad para construir un modelo de estudiante y, en relación con la flexibilidad intratarea, la capacidad de almacenar información sobre las

vías de resolución tomadas previamente por un resolutor. En este estudio, el sistema se configuró con el objeto de promover el desarrollo de la flexibilidad intratarea, de tal modo que a los estudiantes se les presentó cada problema dos veces, con la premisa de que la segunda vía de resolución debía ser diferente a la primera. Este tipo de restricciones sobre la tarea pueden ser difíciles, o incluso imposibles, de implementar en un entorno de papel y lápiz. No obstante, HINTS puede detectar que un estudiante está tratando de resolver un problema siguiendo una vía que ya ha sido utilizada en una resolución anterior. En estos casos –y en este estudio– cuando esto sucedía, HINTS reportaba un mensaje indicando que, si bien el paso era correcto, el resolutor debía intentar resolver el problema por otra vía.

Por último, cabe indicar que los estudiantes participaron voluntariamente en esta investigación sin recibir ningún tipo de recompensa externa, y que disponían de la libertad de abandonar la sesión en cualquier momento. En cuanto a la distribución de los participantes, la investigación fue llevada a cabo en una configuración individual, en la que cada estudiante disponía de su propio ordenador portátil con acceso al sistema HINTS. A pesar de que las sesiones se desarrollaron en el horario habitual dentro de la asignatura de matemáticas, las intervenciones de los docentes se restringieron a solucionar las dificultades técnicas que pudieron surgir en relación al uso del sistema. No hubo ayuda alguna por parte del profesorado en el proceso de resolución de problemas ni información sobre el progreso en las tareas, ya que estas funciones estuvieron a cargo del propio sistema HINTS.

Análisis de datos

Con respecto a la PI01, los datos del pre-test y post-test se analizaron mediante estadística descriptiva haciendo uso de la media y la desviación estándar para describir y resumir los datos recopilados del estudio grupal. Cada problema se puntuaba con 1 si el proceso de resolución del problema era correcto, o 0 si no lo era. Se compararon las ganancias obtenidas entre grupos, calculadas como la diferencia de puntuaciones entre el post-test y el pre-test para cada participante, para evaluar el impacto del uso de actividades de flexibilidad intratarea en la enseñanza de la resolución de problemas verbales.

Se emplearon dos fuentes de datos para responder a la PI02. En primer lugar, se realizó un análisis descriptivo de los dos ítems, previamente descritos, del cuestionario destinado a medir la percepción de los estudiantes sobre la utilidad y el disfrute en relación a las actividades basadas en flexibilidad intratarea. Estos datos se complementaron con datos cualitativos obtenidos mediante un estudio de casos. Los estudios de caso fueron transcritos y se realizó un análisis de contenido de las transcripciones para dar respuesta a la segunda pregunta de investigación.

RESULTADOS

La tabla 1 muestra los resultados cuantitativos del estudio grupal, para cada uno de los tres grupos. En concreto, se presentan la media y la desviación estándar de la puntuación obtenida en pre-test y post-test. Se incluye, además, la ganancia calculada como la diferencia entre ambas pruebas.

Tabla 1. Estadística descriptiva de la fase experimental.

	N	Pre-test		Post-test		Ganancia	
		M	DE	M	DE	M	DE
A: Flexibilidad intratarea en la misma sesión	36	3,22	2,74	4,08	2,49	0,86	1,74
B: No flexibilidad intratarea	37	2,59	2,17	2,73	2,32	0,14	1,36
C: Flexibilidad intratarea en diferentes sesiones	37	2,65	2,46	3,27	2,60	0,62	1,46

A nivel descriptivo, si bien las puntuaciones son dispersas en los tres grupos, éstas apuntan a que el uso de la flexibilidad intratarea, ya sea en la misma sesión o en la siguiente, se asocia con una mayor

ganancia en el rendimiento de los estudiantes. En concreto, el uso de la flexibilidad intratarea en una misma sesión —es decir, pedir al alumnado que resuelvan el mismo problema de forma diferente justo después de completar una primera resolución— fue la estrategia instruccional más productiva desde el punto de vista de las puntuaciones obtenidas.

En cuanto a la utilidad percibida de la instrucción basada en flexibilidad intratarea, alrededor del 70 % de los participantes asignados a las condiciones de flexibilidad intratarea consideraron que esta actividad matemática les ayudó a aprender. De igual forma, menos del 10 % percibió este enfoque como negativo para su aprendizaje. Por otro lado, con relación al disfrute percibido, más del 60 % de los estudiantes indicaron que no disfrutaban teniendo que resolver el mismo problema dos veces de forma diferente. Estos resultados revelan que, aunque la mayoría de los participantes perciben como útil enfrentarse a la resolución de un mismo problema de más de una forma, esta práctica no les resulta atractiva, desde el punto de vista del disfrute.

A continuación, describimos dos ejemplos del estudio de caso que involucra a estudiantes del Grupo A, ya que ilustran la tensión entre la utilidad y el disfrute percibidos. Todos los episodios de este trabajo comienzan cuando los estudiantes han terminado de resolver problemas utilizando el sistema tutorial inteligente HINTS. En ese momento, el entrevistador plantea una serie de preguntas destinadas a recopilar más información sobre la experiencia de los estudiantes.

El caso de estudio de Jacobo

Inmediatamente antes del siguiente extracto, Jacobo había resuelto correctamente dos problemas, ambos de dos maneras diferentes, sin mostrar dificultad para encontrar vías de resolución diferentes.

Entrevistador (E): ¿Mencionarías algún aspecto que te haya gustado menos o que mejorarías del programa?

Jacobo (J): Lo de “aunque la solución es correcta, prueba otras opciones”. Eso fastidia un poco a veces.

E: Es decir, en la secuencia de enseñanza, y hoy mismo, has tenido que resolver el mismo problema de dos maneras distintas. ¿Eso no te ha gustado?

J: Hacer el problema de dos maneras distintas pues... no, no me gusta mucho.

E: Pero, ¿consideras que es útil?

J: Pues sí, a veces sí. Así sabes todas las posibilidades que hay de resolver un problema.

Este breve extracto ilustra claramente que Jacobo, a pesar de ser un resolutor competente capaz de resolver problemas con flexibilidad, se sintió frustrado cuando el sistema tutorial muestra mensajes de advertencia recordándole que la segunda resolución debe ser diferente a la primera. A pesar de ello, el alumno reconoce que esta actividad matemática puede resultar útil.

El caso de estudio de Sofía y Luna

Antes de esta conversación, la pareja Sofía y Luna, trabajando conjuntamente en el mismo dispositivo, resolvieron exitosamente todos los problemas presentados en el caso de estudio, mostrando la capacidad de usar diferentes vías para resolver los problemas. De hecho, durante sus primeras resoluciones verbalizaron cómo iban a resolver el problema si tenían que hacerlo de nuevo.

E: ¿Qué os ha parecido tener que resolver el mismo problema de dos formas diferentes?

Sofía (S): A veces es muy fácil, porque cuando estás pensando, ya dices, ¡ah!, pues también se puede hacer de esta forma. Y yo, antes de hacer esto no tenía la otra forma de pensarlo, entonces, yo creo que ha estado muy bien porque te hace ver el problema de varias maneras.

Luna (L): Yo pienso igual. Aprendes más formas y tienes más opciones para hacerlo, y como (el resultado) va a dar siempre lo mismo...

E: ¿Consideráis que es útil resolver problemas de dos formas diferentes?

S: Yo creo que sí, porque te hace pensar. De esta manera, te obligan a pensar cómo lo puedes hacer de otra forma.

L: Yo creo que también es útil porque si, por ejemplo, te sabes las dos formas, pero crees que una no está bien, la puedes hacer, y si da lo mismo, es que las dos están bien (puedes comprobar el resultado).

E: ¿Hay algo que no os haya gustado del tutor (HINTS) o de repetir dos veces el mismo problema? ¿Se os ha hecho pesado?

S: Algunas veces sí que te cuesta más, pero al final siempre lo he sacado.

L: Yo a veces me he liado porque, como se puede hacer de más maneras, pues siempre piensas la más fácil, y tienes que pensar la otra también.

La primera intervención de Sofía revela que, durante la primera resolución del problema, pone en juego habilidades relacionadas con la flexibilidad intratarea, ya que evalúa los diferentes caminos que pueden conducir a la solución. Estas verbalizaciones apoyan la idea de que las actividades basadas en la flexibilidad dentro de la tarea pueden promover una reflexión más profunda sobre la estructura matemática de un problema verbal. Al mismo tiempo, Luna y Sofía coinciden en que este enfoque es útil, pues constituye una forma de comprobar que el problema se ha resuelto correctamente.

Schukajlow y Achmetli (2017) solicitaban más esfuerzos para entender el papel de los problemas con soluciones múltiples y su influencia en las medidas relacionadas con el afecto. Su intervención, consistente en estudiantes construyendo múltiples soluciones para problemas del mundo real, no tuvo efectos sobre el disfrute o el aburrimiento de los estudiantes. A diferencia de esos hallazgos, el presente estudio apunta a que resolver el mismo problema varias veces siguiendo diferentes vías podría conducir a niveles más bajos de disfrute experimentado por los estudiantes. Sin embargo, los estudiantes valoraron la utilidad de la instrucción y mejoraron su competencia para resolver problemas, lo que podría estar relacionado con un aumento en su flexibilidad, como han demostrado estudios previos (e.g., Silver, 1997; Star y Seifert, 2006).

CONCLUSIONES

En cuanto a la PI01, los grupos que resolvieron problemas empleando flexibilidad intratarea (A y C) obtuvieron mayores ganancias en la competencia de resolución de problemas después de la intervención que el grupo que resolvió problemas isomorfos sin exigir a los estudiantes que siguieran vías de resolución diferentes (B). Además, los resultados indicarían que pedir a los estudiantes que encuentren resoluciones diferentes en una misma sesión (A) es más productivo que hacerlo en sesiones posteriores consecutivas (C). Esto puede estar asociado a que la primera resolución implica la construcción de un primer modelo de situación –que ha sido validado como correcto por HINTS–, a partir del cual puede ser más fácil apreciar diferentes relaciones matemáticas y construir un segundo modelo de situación.

La PI02 se centró en evaluar la percepción de los estudiantes sobre una secuencia de enseñanza dirigida a fomentar su flexibilidad ofreciendo múltiples resoluciones para un mismo problema. A la vista de los resultados, a pesar de que encuentran esta secuencia poco atractiva, la reconocen como útil para su aprendizaje. Este hecho apuntaría a una tensión entre el disfrute autopercebido por los estudiantes y la utilidad de las actividades orientadas a promover la flexibilidad intratarea. Una posible explicación

a este fenómeno puede tener su origen en el hecho de que a los estudiantes en condiciones de flexibilidad intratarea no siempre se les permitía utilizar la vía de resolución más intuitiva y directa para resolver un problema; y, en consecuencia, podrían percibir las tareas como una barrera artificial no asociada directamente con su capacidad para resolver un problema correctamente. En este sentido, futuros estudios deberían orientarse a analizar la consistencia de estos resultados a largo plazo. Resultaría también de interés analizar el efecto de la metodología aquí presentada en complemento con discusiones posteriores entre los estudiantes para comparar sus estrategias, reflexionando sobre ello en un entorno colaborativo (ver Star et al., 2021). Asimismo, una prueba trifásica permitiría analizar los niveles de flexibilidad (ver Joglar-Prieto et al., 2017).

La comprensión del afecto como un elemento integral del proceso de aprendizaje podría respaldar las estrategias de instrucción destinadas a mejorar la motivación, el interés u otros factores vinculados a mejores resultados de aprendizaje. En esta investigación, hemos presentado los resultados de un estudio en el que medimos, tanto la competencia en resolución de problemas de los estudiantes como su disfrute y utilidad percibidos, después de una secuencia de instrucción basada en la flexibilidad intratarea con un sistema tutorial inteligente. A la vista de estos resultados, la enseñanza basada en la flexibilidad intratarea es un enfoque que vale la pena considerar cuando se trata de resolver problemas, especialmente dado que los sistemas tutoriales inteligentes seguirán madurando y desempeñarán un papel privilegiado en la educación en el futuro.

Agradecimientos

Trabajo apoyado por los proyectos PGC2018-096463-B-I00 (MCIN/AEI/10.13039/501100011033-FEDER Una manera de hacer Europa), AICO/2021/019 (Generalitat Valenciana), SBPLY/19/180501/000278 (Junta de Castilla-La Mancha); y FPU19/03857 (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España).

Referencias

- Arnau, D., Arevalillo-Herráez, M., Puig, L. y González-Calero, J. A. (2013). Fundamentals of the design and the operation of an intelligent tutoring system for the learning of the arithmetical and algebraic way of solving word problems. *Computers & Education*, 63, 119-130. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.11.020>
- Elia, I., den Heuvel-Panhuizen, M. y Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM*, 41(5), 605-618. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0184-6es>
- Heinze, A., Star, J. R. y Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM*, 41(5), 535-540. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0214-4>
- Joglar-Prieto, N., Abánades, M. A. y Star, J. (2017). Flexibilidad matemática. Resolución de ecuaciones lineales de una variable en secundaria. En A. Codina, L. Puig, D. Arnau, M. T. Sánchez, A. B. Montoro, J. Claros, M. Arnal y M. A. Baeza (Eds.), *Investigación en pensamiento numérico y algebraico: 2017* (pp. 39-48). Universidad Rey Juan Carlos, SEIEM.
- Mellone, M., Verschaffel, L. y Van Dooren, W. (2017). The effect of rewording and dyadic interaction on realistic reasoning in solving word problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 46, 1-12. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.02.002>
- Muis, K. R., Psaradellis, C., Lajoie, S. P., Di Leo, I. y Chevrier, M. (2015). The role of epistemic emotions in mathematics problem solving. *Contemporary Educational Psychology*, 42, 172-185. <https://doi.org/10.1016/J.CEDPSYCH.2015.06.003>

- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). MacMillan.
- Schukajlow, S. y Achmetli, K. (2017). Multiple solutions for real-world problems, and students' enjoyment and boredom. *CERME 10*. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01935829>
- Selter, C. (2009). Creativity, flexibility, adaptivity, and strategy use in mathematics. *ZDM*, 41(5), 619-625. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0203-7>
- Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM*, 29(3), 75-80. <https://doi.org/10.1007/s11858-997-0003-x>
- Star, J. R., Jeon, S., Comeford, R., Clark, P., Rittle-Johnson, B. y Durkin, K. (2021). Compare and discuss multiple strategies. *mathematics teacher: Learning and teaching PK-12*, 114(11), 853-859. <https://doi.org/10.5951/MTLT.2021.0051>
- Star, J. R., Newton, K., Pollack, C., Kokka, K., Rittle-Johnson, B. y Durkin, K. (2015). Student, teacher, and instructional characteristics related to students' gains in flexibility. *Contemporary Educational Psychology*, 41, 198-208. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2015.03.001>
- Star, J. R. y Rittle-Johnson, B. (2008). Flexibility in problem solving: The case of equation solving. *Learning and Instruction*, 18(6), 565-579. <https://doi.org/10.1016/J.LEARNINSTRUC.2007.09.018>
- Star, J. R. y Seifert, C. (2006). The development of flexibility in equation solving. *Contemporary Educational Psychology*, 31(3), 280-300. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2005.08.001>
- Verschaffel, L., De Corte, E. y Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, 4(4), 273-294. [https://doi.org/10.1016/0959-4752\(94\)90002-7](https://doi.org/10.1016/0959-4752(94)90002-7)
- Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J. y Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education: a survey. *ZDM*, 52(1), 1-16. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01130-4>