

EL TRATAMIENTO DE LA DERIVADA EN EL PLAN DE ESTUDIOS DE INGENIERÍA COMERCIAL EN CHILE

The treatment of the derivative in the study plan of Commercial Engineering in Chile

Galindo-Illanes, M.^a y Breda, A.^b

^aUniversidad San Sebastián, ^bUniversitat de Barcelona

Resumen

El objetivo de este trabajo es identificar los significados pretendidos de la derivada en los programas de las asignaturas de las carreras de Ingeniería Comercial en Chile. Para ello, por medio de la noción de configuración epistémica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemáticos, se analizaron ocho programas de asignaturas, de diferentes universidades chilenas, que contemplan la derivada como objeto de enseñanza. Los resultados indican que, si bien la mayor parte de las propuestas curriculares presentan similitudes en la organización de contenidos y en los elementos lingüísticos utilizados para la construcción del objeto derivada, se observan diferencias importantes en la preponderancia de la derivada interpretada como una razón de cambio y en los campos de problemas abordados.

Palabras clave: estudio de la derivada, programas de asignaturas, Ingeniería Comercial.

Abstract

The objective of this work is to identify the intended meanings of the derivative in the programs of the subjects of the Commercial Engineering careers in Chile. To do this, through the notion of epistemic configuration of the Ontosemiotic Approach to Mathematical Knowledge and Instruction, eight subject programs from different Chilean universities were analyzed, which contemplate the derivative as an object of teaching. The results indicate that, although most of the curricular proposals present similarities in the organization of contents and in the linguistic elements used for the construction of the derivative object, important differences are observed in the preponderance of the derivative interpreted as a reason for change. and in the fields of problems addressed.

Keywords: study of the derivative, subject programs, Commercial Engineering.

INTRODUCCIÓN

En el año 1924 se inicia la carrera de Administración de Empresas en la Universidad Católica de Chile y en el año 1935 con la creación de la Escuela de Ingeniería Comercial de la Universidad de Chile, nace la carrera de Ingeniería Comercial. Actualmente, aproximadamente 49 universidades entre estatales y privadas imparten la carrera de Ingeniería Comercial en Chile.

La Comisión Nacional de Acreditación de Chile (CNA) define la carrera de Ingeniería Comercial como una profesión universitaria orientada hacia la aplicación de un conjunto de competencias (conocimientos, habilidades y actitudes) que se generan a partir del estudio de las ciencias de la adminis-

Galindo-Illanes, M. y Breda, A. (2022). El tratamiento de la derivada en el plan de estudios de ingeniería comercial en Chile. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 285-293). SEIEM.

tración y de la economía, apoyadas por las tecnologías de la información, los métodos cuantitativos, otras ciencias sociales y las disciplinas que les sean conexas. Se establece que su plan de estudios debe considerar tres áreas de formación, sin perjuicio de la flexibilidad e integración curricular que determine cada unidad, éstas son: formación básica, formación profesional y formación general o complementaria.

Un análisis exploratorio de los planes de estudio de Ingeniería Comercial vigentes en Chile reveló, por un lado, que éstos poseen una estructura según el tipo de asignaturas (obligatorias, optativas y de estudios generales), una inclinación formativa hacia el área administrativo-financiera, con una fuerte orientación cuantitativa y económica (López y Paredes, 2007). Por otro lado, los planes determinan que la mayor cantidad de asignaturas corresponden al área de estudio de Finanzas, Contabilidad y Costos, totalizando un 12,8% y al área de Matemática, Estadística y Econometría, en un total de 12,3%. De esta última, el 7% corresponde a asignaturas del área Matemáticas.

La CNA considera que los programas de las asignaturas de matemáticas deben permitir que el estudiante adquiera los conocimientos necesarios para su desempeño profesional. En los criterios de evaluación contemplados en esta estructura curricular, se requiere que los programas integren actividades teóricas y prácticas, que las asignaturas permitan la adquisición de habilidades y capacidades inherentes a un ingeniero comercial para: trabajar e integrarse eficazmente en equipo, enfrentar los problemas con visión holística y estratégica, liderar, comunicar y motivar eficazmente, seleccionar, integrar y aplicar conocimientos. Esto conlleva al desafío de articular las ciencias básicas y las ciencias de la ingeniería, favoreciendo el desarrollo de las competencias profesionales y la formación matemática del ingeniero (Alvarado et al., 2018).

Las matemáticas son fundamentales para un ingeniero comercial, en particular, el objeto matemático derivada es un tópico complejo del cálculo que conjuga muchos significados asociados: función real, plano cartesiano, pendiente, ecuación de una recta, recta secante, recta tangente, límite de una función real, etc. Por otra parte, posee una representatividad de campos de problemas, diversas representaciones, diversas propiedades, procedimientos y argumentos que transitan constantemente entre un lenguaje descriptivo, geométrico, gráfico, tabular y simbólico, lo que complejiza aún más la comprensión de este objeto matemático por parte de los estudiantes (Fuentealba et al., 2015). La articulación de los componentes en los que estalla esta complejidad está presente en casi todos los marcos teóricos emergentes en el área de la Educación Matemática. En este trabajo se toma como referente teórico el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemáticos (EOS, a partir de ahora) (Godino, et al., 2007; Godino et al., 2019). Trabajar los distintos significados de un objeto matemático es un aspecto propuesto en el EOS, donde se plantea analizar la complejidad de los objetos matemáticos por medio de sus pluri significaciones (significados parciales).

La complejidad de la derivada se hace presente en los cursos de Ingeniería Comercial, una vez que puede comprender la derivada como el estudio de la función producto marginal, ingreso total y marginal, entre otras. Además, considerar sus diferentes modos de representación, es un aspecto muy utilizado en el área de microeconomía, lo que ha generado el desarrollo de diversas investigaciones en torno a su aprendizaje y sobre la relación de comprensión entre los conceptos económicos y matemáticos (Butler, et al., 1998; Ballard y Johnson, 2004; Hey, 2005; García, et al., 2006; Ariza y Llinares, 2009). A partir de lo anterior, resulta de interés investigar, ¿cuál es el tratamiento de la derivada en los planes de estudio de la asignatura de cálculo de los cursos de Ingeniería Comercial en Chile? En ese sentido, el objetivo de este trabajo es identificar los significados pretendidos de la derivada en los programas de las asignaturas de las carreras de Ingeniería Comercial en Chile.

MARCO TEÓRICO

Los desarrollos teóricos propuestos por el EOS, explicados recientemente en Godino et al. (2019), tienen como objetivo dar respuesta a algunos problemas generados en el campo de la Educación Matemática. En el EOS, se asume que la actividad matemática es una actividad humana centrada en la resolución de problemas, que tiene lugar en un tiempo-espacio determinado, a través de una secuencia de prácticas que, a menudo, se consideran procesos (de significación, conjeturar, argumentar, etc.). Para ello, el EOS propone las nociones de situación-problema de práctica matemática (secuencia de prácticas) que tiene lugar durante la resolución de estas situaciones problema. Tales secuencias tienen lugar en el tiempo y se suelen considerar, en muchos casos, como procesos. En particular, el uso y/o la emergencia de los objetos primarios de la configuración (problemas, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos), tiene lugar mediante los respectivos procesos matemáticos de comunicación, problematización, definición, enunciación, elaboración de procedimientos (creación de algoritmos y rutinas) y argumentación (aplicando la dualidad proceso-producto). Por otra parte, las dualidades antes descritas, dan lugar a los siguientes procesos: institucionalización–personalización, generalización–particularización, análisis/descomposición– síntesis/reificación, materialización/concreción–idealización/abstracción, expresión/representación–significación.

El EOS también asume el principio de que el conocimiento de un objeto, por parte de un sujeto (ya sea individuo o institución), es el conjunto de funciones semióticas que este sujeto puede establecer en las que el objeto interviene como expresión o contenido. Además, la correspondencia entre un objeto y el sistema de prácticas donde tal objeto interviene, se interpreta como el “significado de ese objeto” (institucional o personal). Por ejemplo, cuando un sujeto realiza y evalúa una secuencia de prácticas matemáticas, activa un conglomerado formado por situaciones-problemas, lenguajes, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos, articulados en lo que, en términos del EOS, se llama una configuración de objetos primarios (Font, et al., 2013). Para delimitar los significados de un objeto matemático, el EOS propone la herramienta denominada “análisis de sistemas de prácticas” (personales e institucionales) y las configuraciones ontosemióticas involucradas en ellas (Godino, 2014; Godino y Batanero, 1994).

En Font et al. (2013) se analiza la noción de complejidad del objeto matemático (y de la articulación de los componentes de dicha complejidad) en términos de pluralidad de significados. Se trata de una visión pragmatista sobre el significado que se asume en el EOS. Desde un punto de vista pragmatista, el significado de un objeto matemático se entiende como el conjunto de prácticas en la que dicho objeto interviene de una manera determinante (o no). Un objeto matemático, que se ha originado como un emergente del sistema de prácticas que permite resolver un determinado campo de problemas, con el paso del tiempo queda enmarcado en diferentes programas de investigación. Cada nuevo programa de investigación permite resolver nuevos tipos de problemas, aplicar nuevos procedimientos, relacionar el objeto (y, por tanto, definir) de manera diferente, utilizar nuevas representaciones, etc. De esta manera, con el paso del tiempo, aparecen nuevos subconjuntos de prácticas (sentidos) que amplían el significado del objeto.

Para el objeto matemático derivada, Pino-Fan et al. (2011) caracterizan su complejidad mediante nueve significados parciales (SP): SP1) tangente en la matemática griega; SP2) variación en la edad media; SP3) métodos algebraicos para hallar tangentes; SP4) concepciones cinemáticas para el trazado de tangentes; SP5) ideas intuitivas de límite para el cálculo de máximos y mínimos; SP6) métodos infinitesimales en el cálculo de tangentes; SP7) cálculo de fluxiones; SP8) cálculo de diferencias; y SP9) derivada como límite. En Pino-Fan et al. (2013) se utilizan estas nueve configuraciones para la reconstrucción del significado global de la derivada, el cual es utilizado para valorar la representatividad del significado pretendido en el currículo de Bachillerato de México (a partir de las configuraciones

de objetos primarios activadas en las prácticas matemáticas propuestas tanto en el Plan de Estudios como en los libros de texto de dicho nivel). La caracterización de la complejidad de la derivada realizada en Pino-Fan et al. (2011) permite diseñar cuestionarios para caracterizar la comprensión de los estudiantes, futuros profesores o profesores en servicio sobre la derivada (Pino-Fan et al., 2015). El objetivo de este estudio es identificar los significados pretendidos de la derivada en los programas de las asignaturas de las carreras de Ingeniería Comercial en Chile.

METODOLOGÍA

En este apartado se explica el contexto del estudio, los instrumentos de colecta de datos y el análisis de los mismos.

Contexto del estudio e instrumentos de colecta de datos

Participaron de la investigación, de manera anónima, 8 universidades chilenas (3 públicas y 5 privadas) que imparten la carrera de Ingeniería Comercial. Fueron solicitados programas de 30 universidades de diferentes regiones del país, sin embargo, solo ocho de ellas compartieron sus programas de asignatura que incluyen como objeto de enseñanza la derivada. Las universidades participantes están identificadas como UN1, UN2, UN3, UN4, UN5, UN6, UN7 y UN8.

Análisis de los datos

Para realizar el análisis de los programas se considera el modelo teórico conocido como Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino et al., 2019), el cual considera un modelo epistemológico, cognitivo e instruccional de análisis de la actividad matemática. Para realizar el análisis de contenido de los programas de asignaturas, se utilizó como categorías previas de análisis, la noción de configuración epistémica, que nos ha permitido analizar y describir los objetos primarios que intervienen en las prácticas matemáticas sobre la derivada propuestas en los programas de las asignaturas (Font et al., 2013).

Para ejemplificar cómo se ha realizado el análisis de los programas de las asignaturas que incluyen como objeto de enseñanza la derivada, se ha tenido en cuenta, en cada uno de los programas, la organización de los contenidos de la asignatura correspondiente (a ejemplos, tabla 1) y un posterior análisis de la complejidad de la derivada considerando la configuración de los objetos primarios del EOS (significados parciales, procedimientos, proposiciones, representaciones y campos de problemas). Por ejemplo, la propuesta curricular de UN1 para la asignatura de Cálculo Aplicado a los Negocios, tiene como propósito que el estudiante use conceptos y procedimientos de derivación e integración con apoyo de recursos tecnológicos en problemas de tipo analítico del área de la economía y los negocios. A continuación, se presenta la distribución de los contenidos en la tabla 1.

Tabla 1. Organización de los contenidos de la asignatura de Cálculo Aplicado a los Negocios de UN1.

Unidad de aprendizaje 1	Derivada de una función
<p>Resultados de aprendizaje</p> <p>Contenidos</p>	<p>Resuelve problemas de tasas de cambio, marginalidad y optimización aplicando derivadas de primer y segundo orden, en funciones de una variable</p> <p>La derivada de una función y su interpretación geométrica; Álgebra de derivadas; Regla de la Cadena; Derivadas de primer orden; Derivadas de segundo orden; Puntos críticos; Puntos de inflexión; Criterio de primera derivada para extremos relativos; Criterio de la primera derivada para establecer monotonía; Criterio de la segunda derivada para extremos relativos; Criterios de la segunda derivada para establecer concavidades; Trazado de curvas; Optimización de una función; Tasa de cambio y marginalidad.</p>
Unidad de aprendizaje 2	Integral de una función
<p>Resultados de aprendizaje</p> <p>Contenidos</p>	<p>Aplica métodos de integración en la resolución de problemas del mundo de la administración o economía.</p> <p>Definición de integral indefinida; Propiedades e interpretación geométrica de la integral; Métodos de integración (sustitución simple y por partes); Teorema fundamental del Cálculo; Integral definida; Aplicaciones de la integral a problemas de valores iniciales y excedentes.</p>
Unidad de aprendizaje 3	Funciones de varias variables
<p>Resultados de aprendizaje</p> <p>Contenidos</p>	<p>Aplica derivadas de primer y segundo orden resolviendo problemas de tasas de cambio, marginalidad y optimización con y sin restricciones en funciones de dos variables.</p> <p>Definición de funciones de varias variables; Dominio y recorrido de funciones de varias variables gráficamente utilizando software matemático; Derivadas parciales de primer y segundo orden; Regla de la Cadena; Optimización de funciones sin restricciones utilizando Hessiana; Optimización algebraica de funciones con una restricción utilizando multiplicadores de Lagrange; Optimización de funciones con dos o más restricciones utilizando multiplicadores de Lagrange y apoyo tecnológico.</p>

De la tabla 1 podemos observar que sólo la unidad 1 considera el estudio de la derivada de una función y que su propósito es que el estudiante resuelva problemas de tasas de cambio, marginalidad y optimización de funciones reales. De acuerdo con los recursos conceptuales declarados se encuentran: definición de la función derivada y su interpretación geométrica, álgebra de derivadas, regla de la cadena, derivadas de primer y segundo orden, trazado de curvas, optimización, tasas de cambio y marginalidad, etc. Los recursos procedimentales involucran el cálculo de derivadas de una función, haciendo uso del álgebra y reglas de derivación, para calcular razón de cambio en problemas de marginalidad y para el esbozo y optimización de funciones. Dentro de las proposiciones consideradas se encuentran, las reglas de derivación, los criterios de primera y segunda derivada para extremos relativos, criterios de concavidad y de monotonía de una función real. En cuanto al lenguaje se observa que se privilegia el lenguaje algebraico (definición de derivada y uso de reglas de derivación) y gráfico (al interpretar geoméricamente la derivada y realizar el gráfico de funciones).

Con respecto a los campos de problemas presentes en el programa de la asignatura, se observan (B) problemas sobre cálculo de tasas instantáneas de cambio, (D) problemas sobre aplicación de la derivada para el cálculo de máximos y mínimos, análisis de gráficas de funciones y (E) problemas sobre cálculo de derivadas a partir de reglas y teoremas de derivación. Finalmente, tanto en el programa curricular de las asignaturas como en las asignaturas previas, se observa la ausencia de límite de funciones reales.

Por otro lado, el ejemplo del programa de la asignatura de Cálculo I de la UN2, tiene como propósito que el estudiante aplique los conocimientos del cálculo diferencial en una viable, para la resolución de problemas de optimización aplicados a las ciencias económicas y administrativas. De acuerdo con los recursos conceptuales declarados se encuentran: propiedades de la función derivada, reglas de derivación, razón de cambio y razón de cambio instantánea, extremos relativos, monotonía de funciones reales, optimización de funciones, variaciones relacionadas, etc. Los recursos procedimentales involucran el cálculo de derivadas de una función, haciendo uso de las reglas de derivación, para calcular razón de cambio, ecuación de la recta tangente, gráfica y optimización de funciones. Dentro de las proposiciones consideradas se encuentran, las reglas de derivación, el criterio de la primera derivada para extremos relativos, criterios de concavidad y de monotonía de una función real. En cuanto al lenguaje se observa que se privilegia el lenguaje algebraico (definición de derivada y uso de reglas de derivación) y el gráfico (al resolver problemas geométricos en el plano cartesiano y realizar el gráfico de funciones). Con respecto a los campos de problemas (CP) presentes en el programa de la asignatura, se observan: A) campos de problemas sobre tangentes; B) campos de problema sobre cálculo de tasas instantáneas de cambio; C) campos de problemas sobre tasas instantáneas de variación; (D) problemas sobre aplicación de la derivada para el cálculo de máximos y mínimos, análisis de gráficas de funciones y; E) problemas sobre cálculo de derivadas a partir de reglas y teoremas de derivación.

Al comparar los campos de problemas presentes en los programas de asignatura de UN1 y UN2, se observa, por ejemplo, que en el programa de UN1 no se contemplan campos de problemas sobre tangentes, ni campos de problemas sobre tasas instantáneas de variación, aspectos considerados en el programa de la asignatura de Cálculo I de la UN2.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El análisis de los significados de la derivada pretendidos en los 8 programas curriculares de las asignaturas que contemplan la unidad de aprendizaje de la derivada indica que, si bien la mayor parte de las propuestas curriculares presentan similitudes en la organización de contenidos y en los elementos lingüísticos utilizados para la construcción del objeto derivada, se observan diferencias importantes en la preponderancia de la derivada interpretada como una razón de cambio y en los campos de problemas abordados. A continuación, se mencionan algunos resultados.

En cuanto a los campos de problemas, todos los programas consideran campos de problemas sobre cálculo de derivadas a partir de reglas y teoremas de derivación. Sin embargo, por una parte, UN1 no considera campos de problemas sobre tangentes, es decir, no se contemplan los problemas en los que la pendiente de la recta tangente (significado geométrico de la derivada) tiene un papel relevante en su resolución (Galindo-Illanes y Breda, 2020). Por otra parte, UN6 y UN8 no consideran tasas instantáneas de cambio, UN4 y UN6 no consideran tasas instantáneas de variación, aspectos defendido por Orts et al., (2016) y Santi (2011), y UN7 no aplica la derivada para el cálculo de extremos relativos y trazados de curvas. Lo que nos revela las diferencias en los campos de problemas propuestos en los programas curriculares. A continuación, se presenta la tabla 2 que indica con una x la presencia de los campos de problemas en los programas de las asignaturas, que consideran el objeto derivada para la enseñanza, de las 8 universidades participantes en el estudio.

Tabla 2. Presencia de los campos de problemas en los programas.

CP	UN1	UN2	UN3	UN4	UN5	UN6	UN7	UN8
A	Campos de problemas sobre tangentes							
		x	x	x	x	x	x	x
B	Campos de problema sobre cálculo de tasas instantáneas de cambio							
	x	x	x	x	x		x	
C	Campos de problemas sobre tasas instantáneas de variación							
		x	x		x		x	x
D	Campos de problemas sobre aplicación de la derivada para el cálculo de máximos y mínimos, análisis de gráficas de funciones, etc.							
	x	x	x	x	x	x		x
E	Campos de problemas sobre cálculo de derivadas a partir de reglas y teoremas de derivación							
	x	x	x	x	x	x	x	x

Relación a los significados parciales (SP), los programas de UN2, UN3, UN4, UN5, UN6, UN7 y UN8, por un lado, introducen el concepto de límite para luego construir la definición de derivada, resultado que corrobora con un de los significados parciales de la derivada presentados en Pino-Fan et al. (2013). Sin embargo, UN1 no considera dentro de su programa teoría de límite, por lo que se construye la derivada utilizando una idea intuitiva de límite (aproximación), a través de su interpretación geométrica, construyendo el significado parcial de la derivada a partir del cálculo de tangentes y subtangentes mediante métodos infinitesimales y álgebra. Este resultado, en particular, difiere de lo encontrado en Pino-Fan et al. (2013). Por otro lado, las UN1, UN2, UN3, UN4, UN5, UN7 y UN8, conceden mayor preponderancia a la derivada interpretada como una razón de cambio. Sin embargo, UN6 acentúa su interpretación geométrica como pendiente de una recta tangente. A continuación, se presenta la tabla 3, donde se pueden percibir los significados parciales de la derivada, que asignan las distintas universidades.

Tabla 3. Presencia de los SP de la derivada en los programas.

SP	UN1	UN2	UN3	UN4	UN5	UN6	UN7	UN8
SP1	Trazado de tangentes en la matemática griega							
SP2	Problemas sobre variación en la edad media							
SP3	Cálculo de subtangentes y tangentes con el álgebra							
	x							
SP4	Trazado de tangentes mediante consideraciones cinemáticas							
SP5	Cálculo de Máximos y mínimos mediante la idea intuitiva de límite							
SP6	Cálculo de tangentes y subtangentes mediante métodos infinitesimales							
	x							
SP7	Cálculo de fluxiones							

Tabla 3. (Continuación)

SP8	Cálculo de diferencias						
SP9	Derivada como límite						
	x	x	x	x	x	x	x

Con respecto a las proposiciones y teoremas, la mayor parte de los programas consideran, las reglas de derivación, criterios de la primera y segunda derivada para extremos relativos, criterios de concavidad, criterios de monotonía de una función real y regla de la cadena. En menor medida se observan el teorema de la función implícita, teorema del valor medio, teorema del valor intermedio y el teorema de Rolle.

Como conclusiones, se observa que el estudio realizado proporciona resultados novedosos con relación a algunas características del significado de la derivada presentes en el currículo de las carreras de Ingeniería Comercial en Chile, permitiendo, de esta forma, ampliar el estudio realizado en Pino-Fan et al. (2013), lo cual se centra en el análisis del significado pretendido de la derivada del currículo de bachillerato de México. Para profundizar este estudio, el próximo paso es analizar el significado pretendido de la derivada en los libros de texto contemplados como referencia obligatoria y complementaria en los ocho planes de estudio de la asignatura de cálculo de los cursos de Ingeniería Comercial en Chile. Este panorama motiva la indagación en cuestiones en torno a la idoneidad epistémica del significado pretendido de la derivada para la formación de futuros ingenieros comerciales. El aspecto valorativo de la idoneidad epistémica de la derivada en los programas es otra línea futura de investigación que se pretende realizar.

Agradecimientos

Este estudio fue realizado en el marco del Proyecto de Investigación en Formación de Profesorado PID2021-127104NB-I00 (MCIU/AEI/FEDER, UE).

Referencias

- Alvarado, H., Galindo, M. y Retamal, L. (2018). Evaluación del aprendizaje de la estadística orientada a proyectos en estudiantes de ingeniería. *Revista Educación Matemática*, 30(3), 151-183. <https://doi.org/10.24844/EM3003.07>
- Ariza, A. y Llinares, S. (2009). Sobre la aplicación y uso del concepto de derivada en el estudio de conceptos económico en estudiantes de bachillerato y universidad. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 121-136. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3667>
- Ballard, C. y Johnson, M. (2004). Basic math skills and performance in an introductory economics class. *Journal of Economic Education*, 35(1), 3-23. <https://doi.org/10.3200/JECE.35.1.3-23>
- Butler, J., Finegan, T. y Siegfried, J. (1998). Does more calculus improve student learning intermediate micro- and macroeconomic theory? *Journal of applied econometrics*, 13(2), 185-202. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-1255\(199803/04\)13:2%3C185::AID-JAE478%3E3.0.CO;2-1](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1255(199803/04)13:2%3C185::AID-JAE478%3E3.0.CO;2-1)
- Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97-124. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9411-0>
- Fuentealba, C., Badillo, E. y Sánchez-Matamoros, G. (2015). Fases en la tematización del esquema de la derivada: comprensión en alumnos universitarios. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 259-268). SEIEM.

- Galindo-Illanes, M. y Breda, A. (2020). Interpretación geométrica de la derivada en estudiantes de ingeniería comercial. V *Encuentro Internacional en Educación Matemática*, 158-163. Universidad del Atlántico.
- García, L., Azcárate, C. y Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñanza cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 9(1), 85-116.
- Godino, J. D. (2014). *Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas*. Universidad de Granada. http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14.pdf.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in Mathematics education. En *ZDM- The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 37- 42.
- Hey, J. (2005). I Teach economics, not algebra and calculus. *Journal of Economic Education*, 36(3), 292-304. <https://doi.org/10.3200/JECE.36.3.292-304>
- López, S. y Paredes, L. (2007). Análisis exploratorio de los planes de estudio de ingeniería comercial en Chile. *Pensamiento y Gestión*, 23, 58-71.
- Orts, A., Llinares, S. y Boiges, F. (2016). Elementos para una descomposición genética del concepto de recta tangente. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, 10, 111-134. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i10.164>
- Pino-Fan, L., Castro, W. F., Godino, J. D. y Font, V. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. *Paradigma*, 34(2), 123-150.
- Pino-Fan, L., Godino, J. D. y Font, V. (2011). Faceta epistémica del conocimiento didáctico matemático sobre la derivada. *Educação Matemática Pesquisa*, 13(1), 141-178
- Pino-Fan, L., Godino, J. D. y Font, V. (2015). Una propuesta para el análisis de las prácticas matemáticas de futuros profesores sobre derivadas. *Bolema*, 29(51), 60-89. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a04>
- Santi, A. (2011). Objectification and semiotic function. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2-3), 285-311. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9296-8>