

ANÁLISIS DE LA REFLEXIÓN DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICAS SOBRE LOS ERRORES QUE COMETEN EN SU PRÁCTICA DOCENTE

Analysis of the mathematics pre-service teachers' reflection on the errors that they make in their teaching practice

Sol, T., Sánchez, A., Breda, A., Font, V. y Hummes, V.

Universitat de Barcelona

Resumen

El objetivo de este trabajo es profundizar en el análisis de los errores que identifican futuros profesores de matemáticas en su propia práctica y distinguir niveles de argumentación en la reflexión sobre el error. El trabajo se basa en el modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas, en particular, en el desarrollo de la subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción. En los trabajos de fin de máster, los futuros profesores valoran su práctica docente considerando seis criterios de idoneidad didáctica. Los errores son un componente del criterio de idoneidad epistémica. Tomando en cuenta los comentarios sobre errores de los futuros profesores que aparecen en sus trabajos de fin de máster, se establecen categorías de errores y se generan diagramas de sus argumentos. Las reflexiones sobre errores son diversas, pero algunas tienen elementos en común (causas, gestión del error, etc.).

Palabras clave: argumentación, diagramación, error, futuros profesores, reflexión.

Abstract

The aim of this work is to delve into the analysis of the errors identified by pre-service teachers of mathematics in their own practice and to distinguish levels of argumentation in the reflection on the error. The work is based on the model of didactic-mathematical knowledge and competences, in particular, on the development of the subcompetence of assessment of the didactic suitability of instructional processes. In their master's final projects, pre-service teachers assess their teaching practice considering six didactic suitability criteria. Errors are a component of the epistemic suitability criterion. Considering the pre-service teachers' comments about errors that appear in their master's final projects, several categories of errors are suggested and the diagrams of their arguments are generated. The reflections on errors are diverse, but some of them have some elements in common (causes, error management, etc.).

Keywords: argumentation, diagramming, error, preservice teachers, reflection.

INTRODUCCIÓN

La reflexión sobre la propia práctica por parte de los docentes es una estrategia clave para la mejora de los procesos de instrucción (Schon, 1983; Elliott, 1993; Hart et al., 2011). Un aspecto relevante de esta reflexión es el reconocimiento de sus propios errores matemáticos, ya que estos pueden ser la causa de que sus alumnos cometan, a su vez, errores matemáticos (Moro et al., 2017).

Sol, T., Sánchez, A., Breda, A., Font, V. y Hummes, V. (2022). Análisis de la reflexión de futuros profesores de matemáticas sobre los errores que cometen en su práctica docente. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 549-557). SEIEM.

Este trabajo es parte de una investigación más amplia cuyo objetivo es caracterizar los errores y ambigüedades que detectan futuros profesores de matemáticas de educación secundaria en su práctica docente. Para ello, se consideran las reflexiones que realizan en sus trabajos finales de máster (TFM) al valorar la implementación de una unidad didáctica que diseñaron e implementaron en la asignatura de prácticas. En particular, en este trabajo, pretendemos profundizar en el análisis de su reflexión sobre sus errores matemáticos (un componente del criterio de idoneidad epistémica, criterio que forma parte del constructo idoneidad didáctica propuesto por el Enfoque Ontosemiótico), diferenciando niveles de argumentación en dicha reflexión. En concreto, nos planteamos las siguientes preguntas: ¿Qué tipos de errores señalan? ¿Qué nivel de argumentación muestran en su reflexión sobre los errores?

MARCO TEÓRICO

En relación a la formación de profesores, el referente teórico de este trabajo es el modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM) del profesor de matemáticas (Godino et al., 2016), desarrollado en el marco del Enfoque Ontosemiótico (EOS). En este apartado, se explica brevemente el modelo centrándonos en la subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción, ya que el desarrollo de esta subcompetencia va ligado a la tarea que realizan los participantes de esta investigación al valorar su práctica docente en sus TFM. También se resumen los aportes de investigaciones previas sobre el análisis de errores.

Modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM)

En el modelo CCDM (Breda et al., 2017), se consideran dos competencias generales del profesor de matemáticas: la competencia matemática y la de análisis e intervención didáctica. Dentro de la segunda competencia, se distinguen varias subcompetencias (Godino et al., 2016): análisis de significados globales, análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas, análisis y gestión de configuraciones didácticas, análisis normativo y análisis y valoración de la idoneidad didáctica. El EOS ofrece herramientas analíticas para desarrollar los diferentes tipos de análisis asociados a cada subcompetencia. En particular, para analizar y valorar la idoneidad didáctica, sugiere el uso de los criterios de idoneidad didáctica (CID).

Los CID (Breda et al., 2017) contemplan seis criterios para valorar el proceso de instrucción: epistémico, cognitivo, interaccional, mediacional, afectivo y ecológico. Cada criterio tiene asociados componentes e indicadores que permiten valorar en la práctica un proceso de instrucción. Por ejemplo, la tabla 1 muestra los componentes e indicadores del criterio de idoneidad epistémica.

Tabla 1. Componentes e indicadores de la idoneidad epistémica (adaptado de Breda et al., 2017, p. 1903).

Componentes	Indicadores
Errores	No se observan prácticas que se consideren no válidas desde el punto de vista matemático.
Ambigüedades	No se observan ambigüedades que puedan llevar a confusión a los alumnos: definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen; adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo al que se dirigen; uso controlado de metáforas, etc.
Riqueza de procesos	La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.).
Representatividad de la complejidad del objeto matemático a enseñar	Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar. Para uno o varios significados parciales, se ofrece una muestra representativa de problemas. Para uno o varios significados parciales, se usan diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...) y conversiones entre los mismos.

Errores

En esta investigación, de acuerdo con el EOS, entendemos el error matemático como práctica no válida desde el punto de vista de la institución matemática (tabla 1). Investigaciones recientes analizan los errores matemáticos de futuros profesores (por ejemplo, Galligan y Hobohm, 2015; Işık y Kar, 2012). En Galligan y Hobohm (2015), incluso se pide a los participantes que expliquen por qué creen que cometieron sus errores. Sin embargo, los trabajos donde son los propios (futuros) profesores quienes detectan sus errores matemáticos en su práctica docente no son frecuentes.

Diversas investigaciones (Fernández-Plaza et al., 2019; Hacisalihoğlu-Karadeniz et al., 2017; Moro et al., 2017; Sapire et al., 2016) estudian cómo los profesores identifican los errores que cometen sus alumnos, considerando posibles causas y desarrollando estrategias para gestionarlos. Entre estas investigaciones destacamos la de Hacisalihoğlu-Karadeniz et al. (2017), donde se identificaron errores de los futuros profesores cuando se les pidió que explicaran los errores de los alumnos. En este sentido, la capacidad que tengan los docentes para detectar también errores matemáticos propios puede ser fundamental para evitarlos y/o gestionarlos en la práctica (Moro et al., 2017).

METODOLOGÍA

Se utiliza, sobre todo, una metodología cualitativa. A partir de la interpretación de los comentarios que aparecen en los TFM de los futuros profesores sobre los errores matemáticos detectados en su propia práctica, emergen categorías inductivas de tipos de errores y argumentos sobre ellos.

Contexto y muestra

La muestra está formada por 57 TFM de futuros profesores que realizaban un máster de formación del profesorado de educación secundaria (especialidad de matemáticas) en el curso 2014-2015. Durante el máster, hay dos períodos de prácticas en los institutos. En el primero, los futuros profesores conocen el centro de prácticas, el alumnado y acuerdan con el mentor del centro qué unidad didáctica deben preparar. En el segundo período, implementan la unidad didáctica que han diseñado. Después, en el TFM, los futuros profesores valoran la idoneidad didáctica de su implementación utilizando los CID y proponen mejoras. En particular, al valorar la idoneidad epistémica, reflexionan sobre los errores y las ambigüedades matemáticas presentes en su práctica docente. En esta investigación consideramos las reflexiones sobre los componentes de errores y ambigüedades de los TFM, ya que algunos participantes confunden errores con ambigüedades y viceversa.

Fases de análisis

Primero, se registraron los extractos de los TFM donde había comentarios sobre los errores cometidos durante la práctica docente. Estos extractos constituyen las unidades de análisis de la investigación.

Segundo, se realizó un análisis temático (Braun y Clarke, 2006) de estos extractos y se establecieron categorías de tipos de errores de manera inductiva, consensuadas entre los autores. Aparte de identificar el error, algunos futuros profesores ofrecen más información en su reflexión. Por ejemplo, explican cómo gestionaron el error. En algunos casos, esta reflexión presenta una cierta estructura argumentativa, la cual permite inferir niveles de argumentación en la reflexión de los profesores.

Tercero, para identificar las diferentes estructuras de estos argumentos se ha adaptado la técnica de diagramación de argumentos (Guevara, 2011). En esta técnica, se consideran cuatro estructuras básicas de argumentos: convergente, indica que dos o más premisas apoyan la conclusión de manera independiente; dependiente, las premisas están unidas para apoyar a la conclusión, es decir, ambas

premisas (o todas ellas) se necesitan mutuamente para inferirse la conclusión; divergente, una misma premisa está apoyando a más de una conclusión, se puede decir que hay dos o más argumentos unitarios; y encadenada, donde una de las proposiciones está como conclusión de una premisa y a su vez está como premisa de otra conclusión. Los pasos para la diagramación son: 1) encerrar entre corchetes todas las proposiciones del texto; 2) enumerar las proposiciones en orden de aparición; 3) estructurar el argumento ubicando espacialmente el lugar de la conclusión; 4) proponer una manera en que las premisas se relacionan y 5) marcar en rojo las proposiciones que hacen referencia al error; en verde, las proposiciones que hacen referencia al tratamiento del error; y en amarillo, las proposiciones que hacen referencia a las posibles implicaciones del error. Cabe mencionar que las premisas implícitas se representan en la diagramación entre círculos punteados y se tiene en cuenta la información del contexto, por ejemplo: quién halla el error y el momento en que se ubica el error (en la misma clase, después de la clase y se puede corregir al día siguiente o posteriormente).

Por último, a partir de los diagramas que informaban sobre la complejidad del argumento implícito en la reflexión de los futuros profesores, emergieron, mediante un proceso de triangulación de los autores, diferentes niveles de argumentación en la reflexión. En el nivel 1, se incluyeron los participantes que simplemente indican que hubo errores. En el nivel 2, se incluyeron los participantes que explican cuál fue el error, sin ofrecer más detalles. En el nivel 3, se incluyeron los participantes que, además de explicar cuál fue el error que cometieron, comentan posibles causas, consecuencias en el aprendizaje de los alumnos o cómo gestionaron el error. Los TFM donde no se incluyen comentarios sobre sus errores matemáticos estarían en un nivel 0. Aunque no está claro si estos participantes no explican errores porque no los cometieron o porque no los detectaron.

RESULTADOS

Al valorar si cometieron errores en su práctica docente, algunos futuros profesores explican malas opciones didácticas en vez de errores matemáticos propiamente. Una mala opción didáctica es una práctica que no favorece o incluso dificulta la comprensión de los alumnos, pero no se puede considerar un error matemático. Por ejemplo, FP11 explica que un error que cometió fue “no apuntar escrupulosamente quién había hecho los deberes los dos primeros días”. Este comentario no se tuvo en cuenta en el análisis posterior porque no se refiere a un error de carácter matemático. También hay cierta confusión entre error y ambigüedad. Por ejemplo, FP12 explica:

Así, los estudiantes tenían problemas para diferenciar entre las variables cuantitativas discretas y continuas en algunos casos, como cuando se pedía clasificar el siguiente ítem: “libros más vendidos”. Este fue un error que cometí en la elaboración de la prueba, ya que daba lugar a equivocaciones, pues no es lo mismo el número de libros más vendidos (que hace referencia a la cantidad, y, por tanto, es una variable cuantitativa discreta) que el nombre de estos libros (que se refiere a su título, y, por tanto, es una variable cualitativa).

Aunque el participante lo considere un error, lo interpretamos como ambigüedad (dado que se presta a dos interpretaciones) y no se incluyó en el análisis posterior. En definitiva, en 25 TFM, se identifican comentarios sobre errores que han detectado los futuros profesores en su práctica docente.

Tipos de errores

Se distinguen cinco categorías de errores, como se muestra en la tabla 2. Cuatro errores no se han cuantificado porque no se ha podido identificar en los comentarios el tipo de error matemático, no está claro si se refieren a errores de notación.

Tabla 2. Categorías de errores.

Categoría	Número de errores detectados
Error de definición o vocabulario	11
Error de representación o notación	7
Error de procedimiento/en la resolución de un ejercicio	4
Error en el enunciado de un ejercicio	5
Error de argumentación matemática	1

La primera categoría la constituyen errores que comete el futuro profesor al definir un concepto matemático, porque no incluye todos los casos o por falta de precisión y rigor; y donde el futuro profesor utiliza incorrectamente el vocabulario matemático. Por ejemplo, el FP27 explica en su TFM:

[...] el día que el tutor presenció la clase que impartí en los alumnos de 1º de Bachillerato, donde se trabajaba la composición de funciones y la función inversa, cometí algún error cuando un alumno me preguntó sobre algún concepto que no había quedado suficientemente claro. Mi aclaración fue incorrecta y yo no me di cuenta hasta que el tutor me lo comentó al finalizar la sesión. [...] Cabe mencionar también que al inicio de la siguiente sesión aclaré a nivel grupal mi error cometido en la sesión anterior.

En la segunda categoría, se incluyen errores de notación y errores de representación (por ejemplo, en la gráfica de una función). Por ejemplo, FP6 comenta un error en el uso de los signos positivo y negativo. Aquí la fuente del error es un libro, pero se considera error docente ya que fue validado por el profesor al presentarlo en el aula. De hecho, fueron los estudiantes quienes detectaron el error:

Más adelante, cuando cogimos enunciados, había un ejercicio típico de casi todos los libros en el apartado de cónicas. Al menos he encontrado dos editoriales diferentes con el mismo error. Se trata de un ejercicio de elipses donde en las ecuaciones aparecen x^2 e y^2 con signos contrarios; es decir, como si fueran hipérbolas. Pero no fui yo quien encontró el error en esta ocasión, sino los alumnos.

Los errores que se refieren a aplicar mal una fórmula o método o a la obtención de un resultado incorrecto forman la tercera categoría. FP52 detecta un error de este tipo: “tan solo comentar un error en una de las soluciones de la lista de problemas de combinatoria detectado por el profesorado”.

En la cuarta categoría, se incluyen los errores que aparecen en los enunciados de los ejercicios que los futuros profesores han propuesto a los alumnos para que los resuelvan. Por ejemplo, FP7 explica el siguiente error y ofrece un ejemplo de la tabla de valores para completar:

El error más grave que cometí fue en la realización del examen. Hice un ejercicio de proporcionalidad directa en forma de tabla y en el enunciado cometí un error que hacía que las magnitudes expuestas no fuesen directamente proporcionales. [...] Por suerte, vi este error antes de que los alumnos llegasen a este ejercicio y pude decir que cambiasen el enunciado.

Por último, un futuro profesor explica que cometió un error al dar a los alumnos una explicación intuitiva y poco rigurosa de un resultado matemático, en vez de hacer una demostración formal. Es el único error que se ha detectado de este tipo. El comentario aparece en el TFM de FP23:

El uso de técnicas heurísticas de apoyo no debe ser en detrimento de una buena demostración formal. En aquella clase tenía la ventaja de que los alumnos ya estaban acostumbrados a las demostraciones, como pude comprobar al corregir mi error. [...] Para hacer más comprensibles las matemáticas, com-

probaba que los nuevos conceptos tenían lógica. Un ejemplo de esto fue hacer ver (“mostrar”) que el baricentro ocupa aproximadamente el punto medio de un triángulo. Lo que me pedía el mentor era una demostración formal y no solo la aportación de intuiciones que clarificasen los conocimientos.

Nivel de argumentación en la reflexión

Los comentarios sobre errores fueron analizados también con la técnica de diagramación. Los diagramas permiten dar forma al razonamiento que hacen los participantes al reflexionar sobre sus errores. Además, se utilizaron colores para facilitar la visualización e interpretación respecto a si hacen referencia a alguno de los siguientes aspectos: identificación del error, implicación del error, quién lo detecta y cómo se soluciona. Algunas veces, cuando la reflexión es breve solo se menciona el error y el diagrama es un punto rojo. A partir de este análisis, se definieron cuatro niveles: nivel 0, no se incluyen comentarios sobre errores; nivel 1, se indica que hubo algún error sin especificar cuál fue; nivel 2, se explica el error y no se va más allá de especificar quien lo detecta; y nivel 3, se explica el error y se incluyen posibles causas, consecuencias y/o cómo se gestionó. En la tabla 3, se muestra la distribución de los participantes por niveles de argumentación.

Tabla 3. Distribución por niveles de argumentación en la reflexión.

Nivel	Número de futuros profesores
3	13
2	8
1	3
0	33

A continuación, se incluyen ejemplos de diagramación de la argumentación en la reflexión sobre errores. El primer ejemplo corresponde al nivel 3. Del TFM de FP5, se tiene el siguiente párrafo, en el cual ya se han identificado y numerado las proposiciones:

Hacia el final de la unidad didáctica, cuando ya estábamos practicando las reglas de derivación, 1{quise resolver la siguiente función en la pizarra para practicar la regla de la división: $f(x) = (3x-2) / (\sqrt{3x})$ }. Cuando llegué a casa y 2{repasé lo que había explicado durante aquel día}, 3{me di cuenta de que en vez de hacer la derivada de esta función (que era el enunciado que estaba escrito en la pizarra), derivé la siguiente: $f(x) = (3x-2) / (3x^2)$ }, 4{ningún alumno se dio cuenta en aquel momento}. Aproveché este error y 5{al día siguiente pedí a un alumno que copiara en la pizarra el desarrollo de la derivada que habíamos hecho y les dije que había un error, que lo buscaran}. Finalmente, después de un rato que estuvieron repasando los cálculos, 6{una alumna encontró que no cuadraba la derivada de la raíz con lo que yo había escrito en la pizarra}.

En el diagrama de este ejemplo (ver figura 1), se marca en rojo la proposición donde se menciona el error; y en verde, la forma de gestionar el error. En este caso no se mencionan posibles implicaciones del error, pero queda claro cuándo y quién detectó el error.



Figura 1. Diagrama del comentario de FP5.

El segundo ejemplo corresponde al nivel 2. En el TFM de FP25, se tiene el siguiente párrafo y se genera el diagrama de la figura 2, considerando en rojo la proposición donde se menciona el error:

[...] “6{Un triángulo rectángulo de hipotenusa 10 cm. gira por ésta engendrando un cono. Halla la longitud de sus lados para que el cono tenga volumen máximo}”

7{Aquí nos encontramos con claro error de expresión, al querer referirme a que el triángulo gira por la altura y no por la hipotenusa}



Figura 2. Diagrama del comentario de FP25.

Un ejemplo del nivel 1 es el siguiente comentario de FP9. En la figura 3 se muestra el diagrama, considerando en azul con contorno rojo la proposición donde se menciona que existen algunos errores, y en azul con contorno verde donde se comenta que se corrigieron.

1{La unidad didáctica presenta algunos errores asociados a su edición}. 2{Estos errores se han ido corrigiendo durante el transcurso de las sesiones} y 3{no han representado ningún tipo de problema para el correcto desarrollo de la unidad didáctica}.

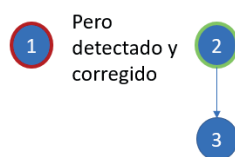


Figura 3. Diagrama del comentario de FP9.

El cuarto ejemplo se asoció al nivel 0 porque el futuro profesor FP13 no explica en su TFM ningún error cometido durante la implementación:

Observaciones: Puedo determinar que no hay errores matemáticos respecto a los ejercicios, problemas, presentaciones y fichas, este hecho está contrastado con mi mentora, ya que ha ido revisando mis propuestas didácticas.

Una relación entre los diagramas y los niveles de argumentación en la reflexión asignados es que los diagramas para el nivel 2 tienen al menos una proposición de color rojo y los diagramas para el nivel 3 tiene una proposición de color rojo más otra proposición de color verde (gestión del error) o amarillo (implicaciones del error) y se relacionan, de alguna manera, en la argumentación. Además, los diagramas permiten visualizar cuándo la argumentación en la reflexión de los profesores sobre los errores

es más superficial. Por ejemplo, la figura 3 muestra que el participante habla de manera general sobre un error y su gestión sin explicitarlos. Por otro lado, se observó que algunos diagramas tienen sus elementos más relacionados (figura 1) que otros; algunos participantes reflexionan sobre varios aspectos de los errores, pero no se relacionan claramente las ideas que mencionan.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En el análisis de los TFM, se observan diferentes niveles de argumentación en la reflexión sobre los errores cometidos en la práctica por los futuros profesores. Para realizar su reflexión, los futuros profesores disponen de la pauta de los CID, donde se definen los errores como prácticas que se consideran no válidas desde el punto de vista matemático (ver tabla 1). A pesar de ello, algunos participantes confunden los errores con ambigüedades o malas opciones didácticas. Esto coincide con otras investigaciones, por ejemplo, Hummes (2022) observa que profesores que conocen los CID, al aplicarlos en su reflexión, tienen más dificultades para analizar los componentes de la idoneidad epistémica que los de otras idoneidades. En nuestra investigación, incluso cuando los participantes reconocen haber cometido errores, se observa que el nivel de argumentación en su reflexión sobre el error varía (desde solamente mencionar que hay un error, hasta describir el error, analizar causas, consecuencias y cómo gestionarlo). De manera similar, Fernández-Plaza et al. (2019) observan cierta diversidad en las explicaciones que hacen los participantes de su investigación (futuros profesores de educación primaria) de los errores de los alumnos; algunos participantes intentan buscar las causas del error, aunque no se les pidiera explícitamente. Basándonos en la información recogida en los comentarios sobre errores más elaborados, la pauta que tienen los participantes del componente de errores del criterio de idoneidad epistémica se podría complementar con ciertas preguntas para promover la reflexión de los futuros profesores: ¿Qué tipo de error es (error de definición, de representación, de procedimiento, de enunciado, de argumentación...)? ¿Cuáles fueron las causas del error? ¿Este error ha tenido consecuencias para los alumnos (aprendizaje de contenido/procesos, resolución de otros ejercicios...)? ¿Cómo se podría corregir el error? ¿Se puede aprovechar el error con fines didácticos? ¿Cómo se pueden evitar errores similares?

La diagramación permite visualizar más fácilmente la estructura de la argumentación implícita en la reflexión de los errores. Esto facilita identificar limitaciones en la argumentación de los futuros profesores, por ejemplo, falta de conexión entre los elementos del discurso o información repetida. También se observa que algunos argumentos, como en el ejemplo de la figura 1, contienen propuestas de acciones a considerar una vez que se identifica el error, lo cual se define como argumentación práctica (Gómez, 2017). Así, algunas preguntas planteadas para la reflexión podrían promover la argumentación práctica. Cabe mencionar que, en nuestra investigación, la mayoría de futuros profesores no explican cómo se podría aprovechar el error como estrategia didáctica (Hacisalihoğlu-Karadeniz et al., 2017; Sapire et al., 2016).

Los resultados de este trabajo se pretenden ampliar con el análisis de más generaciones del máster. La distribución en niveles de argumentación en la reflexión es una primera propuesta para caracterizar la argumentación de los futuros profesores sobre los errores que cometen en su propia práctica. Los niveles pueden modificarse a partir de la ampliación de la muestra. Como limitación, se observan diferencias entre los comentarios del nivel 3 que podrían implicar una segmentación de este.

Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado en el marco del proyecto de investigación PID2021-127104NB-I00 (MCIU/AEI/FEDER, UE).

Referencias

- Braun, V. y Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77-101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Breda, A., Pino-Fan, L. y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: Criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 13(6), 1893-1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Elliott, J. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Morata.
- Fernández-Plaza, J. A., Ruiz-Hidalgo, J. F., Flores, P., Castro-Rodríguez, E., Segovia, I., Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2019). Identificación de errores escolares en matemáticas por maestros en formación. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 293-302). SEIEM.
- Galligan, L. y Hobohm, C. (2015). Investigating students' academic numeracy in 1st level university courses. *Mathematics Education Research Journal*, 27, 129-145. <https://doi.org/10.1007/s13394-014-0132-9>
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. y Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 285-294). SEIEM.
- Gómez, J. (2017). ¿Qué es la argumentación práctica? *Revista Co-herencia*, 14(27), 215-243. <https://doi.org/10.17230/co-herencia.14.27.9>
- Guevara, G. (2011). Estructuras de Argumentos. En L. Vega y P. Olmos, *Compendio de lógica, argumentación y retórica* (pp. 239-243). Trotta.
- Hacisalihoğlu-Karadeniz, M., Baran-Kaya, T. y Bozkuş, F. (2017). Explanations of prospective middle school mathematics teachers for potential misconceptions on the concept of symmetry. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 10(1), 71-82. <https://dx.doi.org/10.26822/iejee.2017131888>
- Hart, L. C., Alston, A. y Murata, A. (2011). *Lesson study research and practice in mathematics education: Learning together*. Springer.
- Hummes, V. (2022). *Uso combinado del Lesson Study y de los Criterios de Idoneidad Didáctica para el desarrollo de la reflexión sobre la práctica en la formación de profesores de matemáticas*. Tesis doctoral. Universidad de Barcelona.
- Işik, C. y Kar, T. (2012). An error analysis in division problems in fractions posed by pre-service elementary mathematics teachers. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 12(3), 2303-2309.
- Moro, M. L. F., Soares, M. T. C. y Spinillo, A. G. (2017). Que ações didáticas escolher diante de erros de alunos em problemas matemáticos? *Zetetiké*, 25(3), 418-439. <https://doi.org/10.20396/zet.v25i3.8649678>
- Sapire, I., Shalem, Y., Wilson-Thompson, B. y Paulsen, R. (2016). Engaging with learners' errors when teaching mathematics. *Pythagoras*, 37(1), a331. <http://dx.doi.org/10.4102/pythagoras.v37i1.331>
- Schön, D. (1983). *The reflective practitioner: How professionals think in action*. Basic Books.