ESTRUCTURAS EN UN CONTEXTO FUNCIONAL CON NIÑOS DE 5 AÑOS

STRUCTURES IN A FUNCTIONAL CONTEXT WITH 5-YEAR-OLDS

Anglada, L[a]., Cañadas, M. C[b]., Fuentes, S[b]. y Brizuela, B. M[c].

[a]Centro Universitario María Inmaculada de Antequera, [b]Universidad de Granada,

[c]Universidad de Tufts

Resumen

Este trabajo forma parte de una investigación más amplia sobre el pensamiento algebraico en educación infantil (www.pensamientoalgebraico.es). Analizamos aquí parte de la información recogida en una clase de 20 niños de 5 años en la que promovimos el pensamiento funcional. Observamos y describimos cómo identificaron estructuras cuando trabajaron en tareas que involucraban las funciones f(n)=n+1 y f(n)=n+2. El contexto fue una máquina de funciones. Los participantes identificaron estructuras en el trabajo con casos particulares. Para casos generales, algunos niños identificaron la estructura como un aumento en la cantidad. Algunos niños dieron una expresión correcta de la generalización. Los niños que generalizaron, la expresaron de forma verbal.

Palabras clave*:* educación infantil, estructuras, máquina de funciones, pensamiento funcional

Abstract

This paper is part of a wider research on algebraic thinking in early childhood education (www.pensamientoalgebraico.es/en). We analyze here part of the information collected in a classroom of 20 5-year-old children, in which we promoted functional thinking. We observe and describe how they identified structures when working on tasks involving the functions f(n)=n+1 and f(n)=n+2. The context was a function machine. Participants in our study identified structures when working with particular cases. For general cases, some children identified the structure as an increase in quantity. Some children gave a correct expression of the generalization. The children who generalized, expressed it verbally.

Keywords: early childhood education, function machine, functional thinking, structures.

INTRODUCCIÓN

La introducción del pensamiento algebraico desde los primeros años de escolaridad despierta cada vez mayor interés para la investigación en Didáctica de la Matemática. Gran parte de este interés se ha alimentado de la propuesta curricular *early algebra* que, desde su inicio, se ha enmarcado como una forma de promover contenido y prácticas algebraicas desde edades tempranas. Existe cada vez un mayor acuerdo entre los investigadores en que esta es la vía a través de la cual los niños pequeños pueden alcanzar el éxito matemático en los grados posteriores (Blanton y Kaput, 2011).

En esta investigación nos centramos en una de las aproximaciones al álgebra escolar recomendada para el alumnado en edad temprana: el pensamiento funcional (Carraher y Schliemann, 2007). El pensamiento funcional se centra en las relaciones existentes entre cantidades que tienen capacidad de variación simultanea (Blanton y Kaput, 2004). Establecer estas relaciones supone identificar la regularidad en el comportamiento entre variables (Torres et al., 2021b). En este contexto funcional, la forma en que se organiza esta regularidad se conoce como estructura.

Anglada, L., Cañadas, M. C., Fuentes, S. y Brizuela, B. M. (2023). Estructuras en un contexto funcional con niños de 5 años. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, E. y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 131–138). SEIEM.

Los trabajos de Pinto y Cañadas (2017) con niños de 3º de educación primaria y de Torres el al. (2021b) con niños de 2º de educación primaria son dos ejemplos de estudios sobre estructuras en el contexto funcional en educación primaria. A la vista de los resultados obtenidos en este nivel educativo, y no habiendo estudios en educación infantil, Anglada et al. (2022) realizaron un estudio sobre la identificación de estructuras con niños de cinco años al trabajar en una tarea que involucraba a las funciones lineales $f(n)=n$, $f(n)=n+2$ y $f(n)=n-1$ y $f(n)=2n$, trabajando con casos particulares. En el presente trabajo pretendemos reforzar y ampliar los resultados obtenidos en esa investigación, abordando tanto casos particulares como la generalización.

El objetivo de este trabajo es analizar qué estructuras identifican los niños de último curso de educación infantil (5 años) al abordar tareas contextualizadas que involucran a las funciones lineales $f(n)=n+1$ y $f(n)=n+2$.

MARCO TEÓRICO Y ANTECEDENTES

El pensamiento funcional es uno de los enfoques del pensamiento algebraico, y se concibe como "la construcción, descripción, representación y razonamiento con y sobre las funciones y los elementos que las constituyen" (Cañadas y Molina, 2016, p. 211).

La generalización y la forma de expresarla constituyen elementos centrales del enfoque funcional (Kaput, 2008). La generalización incluye establecer relaciones generales entre cantidades que covarían, expresar dichas relaciones mediante diferentes representaciones (verbal, simbólica, tabular, gráfica, entre otras), así como razonar y justificar con esas representaciones para analizar el comportamiento de la función (Blanton et al., 2011). Partimos de que estudios previos con niños de educación infantil (Anglada y Cañadas, 2021; Blanton y Kaput, 2004; Castro et al., 2017; Fuentes y Cañadas, 2022; Warren et al., 2013) muestran que estos son capaces de generalizar cuando resuelven problemas contextualizados que implican funciones lineales ($f(n)=n$, $f(n)=n+1$, $f(n)=n+2$, $f(n)=2n$.

La noción de estructura tiene diferentes significados en los enfoques del *early algebra* (Molina y Cañadas, 2018). En el enfoque funcional, la estructura se corresponde con la forma en que se organiza la regularidad entre valores concretos de las variables involucradas o la manera en que se expresa la generalización (Pinto y Cañadas, 2017). Esta noción permite analizar cómo los estudiantes interpretan una regularidad y, potencialmente, generalizan dicha regularidad (Warren et al., 2013).

Diferentes autores abordan las estructuras en educación primaria (Mulligan y Mitchelmore, 2009; Pinto y Cañadas, 2017; Torres et al., 2018). Torres et al. (2018, 2021b) realizaron dos estudios con niños de segundo de educación primaria (7-8 años) con tareas que involucraban las funciones lineales $f(n)=n+3$ en el primer estudio, y $f(n)=n+4$ en el segundo. En ambos estudios la mayoría de los niños evidenciaron estructuras adecuadas para las formas directa e inversa de las funciones correspondientes. En educación infantil, Anglada et al. (2022) realizaron un estudio con ocho niños de 5 años similar al que presentamos en este trabajo. Propusieron a los niños una tarea que involucraba las funciones $f(n)=n$, $f(n)=n+2$, $f(n)=n–1$ y $f(n)=2n$, trabajando con casos particulares. La mayoría de los niños identificaron una estructura adecuada, tanto para la forma directa como para la inversa de las tres primeras funciones. Para $f(n)=2n$, dos de los ocho estudiantes participantes identificaron una estructura correcta, para las funciones directa e inversa con casos particulares.

En el presente trabajo, usamos el contexto de la máquina de funciones (*function machine*) de Willoughby (1997). Autores como Dienes (1976) y Canals (1989) utilizaban estas máquinas para realizar operaciones aritméticas y transformaciones de atributos cualitativos. Algunos autores las han usado en estudios de educación primaria (e.g., Moss, y McNab, 2011; Torres et al., 2018) y de educación infantil (Warren et al., 2013; Willoughby, 1997). Willoughby (1997) y Warren et al. (2013) trabajaron estas máquinas con niños de cinco años. Ambos trabajaron con la función $f(n)=n+2$, y Willoughby (1997), además, trabajó con $f(n)=n+3$, $f(n)=n+1$ y $f(n)=n-1$. En ambos estudios los niños identificaron las estructuras prediciendo qué ocurría en otros casos particulares diferentes a los dos que se les presentaron e identificaron y describieron verbalmente la regla que seguía la máquina, llegando a generalizar.

En el contexto funcional, la variable independiente es el número de elementos que entran en la máquina y la variable dependiente los elementos que salen. Consideramos que un niño generaliza si da una expresión de la regla de funcionamiento de la máquina.

METODOLOGÍA

Desarrollamos una investigación de tipo exploratorio, ya que son escasos los estudios realizados sobre pensamiento funcional en educación infantil, y descriptiva porque especifica características de un grupo (niños de cinco años) que se somete a análisis (Hernández et al., 2010).

La recogida de datos se llevó a cabo con un grupo de 20 niños de una clase de 5 años. Los niños pertenecían a un centro educativo público de Granada. La selección del centro educativo fue intencional, según la disposición del centro y de los docentes. Los estudiantes no habían recibido instrucción previa sobre generalización.

Este estudio es parte de un experimento de enseñanza de cuatro sesiones. Estas sesiones se desarrollaron en cuatro semanas consecutivas, una sesión por semana, en el curso académico 2022/2023. En la Tabla 1 podemos ver cómo se organizan las sesiones. Las sesiones que analizamos en este estudio son la segunda y la tercera, porque en ellas introdujimos el trabajo con las funciones lineales.

Tabla 1. Organización de sesiones

Sesiones	Descripción
Primera sesión	Toma de contacto y familiarización con el contexto
	Cambio cualitativo: Tamaño
Segunda sesión	Función $f(n)=n+1$
Tercera sesión	Función $f(n)=n+2$
Cuarta sesión	Función $f(n)=n+2$
	Tablas con cambio de registro del franelograma al papel y viceversa

El diseño inicial de las tareas se realizó por el grupo de investigadores que forman parte del proyecto de investigación (https://www.pensamientoalgebraico.es). Las tareas se contextualizaron en un cuento sobre una niña que viaja al espacio, algo atractivo para los niños.

Tres investigadoras entraron al aula. Dos de las autoras de este trabajo actuaron como investigadoras docentes y otra se metió en la máquina (un cohete del tamaño de los niños), grabó y sirvió de apoyo en toda la sesión. La tutora de la clase permaneció y ayudó en la gestión del aula pero no se implicó desde el punto de vista investigador.

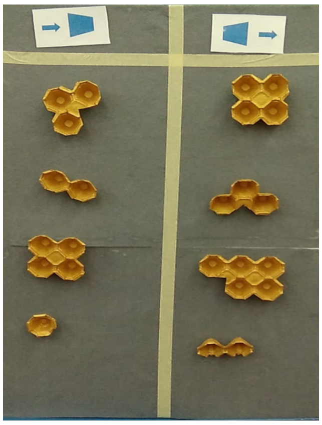
Las sesiones duraron aproximadamente una hora y cada una de ellas se dividió en tres fases: (a) ambientación (repaso de la sesión anterior e introducción de la tarea), (b) trabajo con la máquina y (c) reflexión.

Grabamos las sesiones en vídeo y registramos nuestras observaciones del aula por escrito. Utilizamos una cámara fija, ubicada al fondo del aula; y una cámara móvil para situaciones particulares relevantes para la investigación.

Con base en nuestros antecedentes, decidimos trabajar con las funciones lineales $f(n)=n+1$ (Castro et al., 2017; Willoughby, 1997) y $f(n)=n+2$ (Anglada y Cañadas, 2021; Anglada et al., 2022; Warren et al., 2013; Willoughby, 1997), con dominios y codominios en los números naturales.

En las segunda y tercera sesiones trabajamos con las funciones f(n)=n+1 y f(n)=n+2, respectivamente. En la zona de asamblea situamos un cohete de cartón en el que se metió una de las investigadoras. Los niños se sentaron alrededor del cohete. En el cohete metíamos piedras lunares en una bolsa y salía otro número de piedras lunares. Para que recordaran el número de piedras que entraban, utilizamos un material inspirado en las tarjetas de Herbinière Lebert que consistía en hueveras recortadas para los números del 1 al 10 (J. M. Belmonte, comunicación personal, 28 de octubre de 2022), a las que llamamos cápsulas del espacio. Este material permitía subitizar, sin necesidad de contar. Les damos así una herramienta adicional a la del conteo para saber cuántos hay. Con esto evitamos en lo posible errores derivados del conteo, minimizando así otros elementos que pudieran interferir en el desarrollo del pensamiento funcional. Además, esta característica del material aporta facilidad a la hora de observar e interpretar los datos de la tabla. Estas hueveras se pegaban en un franelograma, en el que había una estructura de tabla, como se muestra en la Figura 1.

Figura 1. Cápsulas del espacio.



Los niños, por parejas, hacían de entrada y salida del cohete: uno metía las piedras y el otro las recibía. Mientras, el resto estaba atento a lo que sucedía y participaba respondiendo preguntas que formulaban las investigadoras (ver Tabla 2). Inicialmente eran preguntas sobre casos particulares, hasta que llegábamos a preguntar por la generalización, siguiendo el modelo de razonamiento inductivo de Cañadas y Castro (2007). Prestamos mucha importancia al diseño de las preguntas. Por ejemplo, tuvimos cuidado de no usar en las preguntas palabras que se refirieran a lo indeterminado, por ejemplo, evitamos la palabra “siempre” o “cada vez”, para no condicionar las respuestas de los niños y observar si ellos las usaban espontáneamente.

Tabla 2. Tipos de preguntas planteadas

Tipos de preguntas	Ejemplos de preguntas
Casos particulares	¿Qué creéis que va a salir del cohete?¿Qué pasa cuándo entran las piedras lunares de esta cápsula? ¿Qué pasa cuando entran dos piedras lunares? ¿Qué va a parar cuando metamos las piedras lunares de esta cápsula? ¿Qué cápsula vamos a necesitar para las piedras lunares que salgan? ¿Qué pasaría si metiésemos 10 piedras lunares? ¿Y 20?
Generalización	¿Qué ha ocurrido en el cohete? ¿Qué ocurriría si metiésemos muchas piedras lunares, no sé cuántas, pero muchas? ¿Y con muchas? ¿Y con tropecientas?

El niño que hacía entrada debía buscar la cápsula correspondiente a la cantidad de piedras que le dábamos, comprobaba con las piedras que era la huevera adecuada y se la mostraba al resto de alumnos, que aprobaban o no la elección. Luego el niño vaciaba las piedras en una bolsa, pegaba la cápsula en la tabla y metía la bolsa en el cohete. En el interior del cohete se producía una transformación del número de piedras, que se teatralizaba con ruidos. Al sonar un timbre salían las piedras que recogía el segundo niño. En la segunda sesión salía una piedra más de las que entraban; y en la tercera sesión, dos más. El niño debía buscar la cápsula correspondiente a esa cantidad, los compañeros confirmaban la elección y la pegaba en el franelograma. Así íbamos representando en la tabla parejas de valores para la función, como se observa en la Figura 1.

Al principio no preguntábamos nada para ver qué expresaban los niños de forma espontánea. A partir del tercer niño que jugó con la máquina, cuando este metía la bolsa preguntábamos si sabían lo que iba a pasar y cuál iba a ser la cápsula que necesitarían cuando salieran las piedras. Cuando la tabla estaba llena, pasábamos a la tercera fase. Sentábamos a los niños en asamblea y les pedíamos que nos contaran qué había pasado. Preguntamos sin usar ya el cohete, pero teniendo delante la tabla con las cápsulas.

Para el análisis de datos, transcribimos las grabaciones y realizamos un análisis preliminar de los datos para definir las categorías de análisis dado el objetivo de investigación, el marco conceptual y los antecedentes. Tomamos como unidad de análisis las respuestas de cada uno de los niños en cada sesión. Para ambas funciones, las categorías son: (a) no hay evidencias de que identifiquen estructuras; (b) evidencian una estructura con casos particulares; (c) evidencian una estructura con casos particulares y la generalizan.

Para considerar que un estudiante identifica una estructura para una función , este debe responder a dos o más casos particulares siguiendo la misma regularidad o dar una expresión de la generalización. Este criterio ha sido considerado en estudios anteriores (e.g., Pinto y Cañadas, 2017; Torres et al., 2021a). Consideramos que no hay evidencias de que identificaran estructuras en el caso de que los niños no participaran de forma espontánea ni respondieran cuando se les preguntaba, cuando no quedaba claro si su respuesta estaba influenciada por la de otros compañeros o bien cuando no identificaban ninguna estructura. Para referirnos a los niños los simbolizaremos por An, n=1, ...,20, para salvaguardar su identidad.

RESULTADOS Y ANÁLISIS

Con base en las categorías definidas, en la Tabla 2 presentamos las estructuras identificadas por los niños para casos particulares y para el caso general.

Tabla 2. Estructuras identificadas por los niños.

	$f(n)=n+1$		$f(n)=n+2$	
	Casos particulares	Caso general	Casos particulares	Caso general
A1	-	-	-	-
A2	$f(n)=n+1$	$f(n)=n+1$	$f(n)=n+1$	$f(n)= n+1$, $f(n)>n$
A3	$f(n)=n+1$	-	-	-
A4	$f(n)=n+1$	-	$f(n)=n+2$	-
A5	-	$f(n)>n$	-	-
A6	$f(n)=n+1$	-	$f(n)=n+2$	$f(n)=n+2$
A7	$f(n)=n+1$	-	-	-
A8	-	-	-	-
A9	-	-	$f(n)=n+2$	-
A10	-	$f(n)>n$	$f(n)=n+2$	$f(n)=n+2$
A11	$f(n)=n+1$	-	$f(n)=n+2$	-
A12	-	$f(n)>n$	-	-
A13	-	-	-	-
A14	$f(n)=n+1$	$f(n)=n+1$	$f(n)=n+2$	-

Tabla 2. Estructuras identificadas por los niños.

	$f(n)=n+1$		$f(n)=n+2$	
	Casos particulares	Caso general	Casos particulares	Caso general
A15	-	-	-	-
A16	-	-	-	$f(n)>n$
A17	-	-	-	-
A18	-	-	-	-
A19	-	-	$f(n)=n+1$	-
A20	-	-	$f(n)=n+2$	-

Nota. - no hay evidencia de estructuras.

Para $f(n)=n+1$ siete niños identificaron una estructura correcta al preguntarles por casos particulares. En el resto de los casos no hay evidencia de estructura. Para preguntas sobre generalización, A2 llegó a una expresión de la generalización diciendo: "El cohete lo que hace es que falte una" y se mantuvo en esta afirmación cada vez que preguntábamos. Incluso la aclaró diciendo: "Lo que hace es que haya una piedra que se quede sin huevera". A continuación, podemos observar un fragmento con la respuesta de A14 a una pregunta sobre el caso general. Con I1 nos estamos refiriendo a la investigadora 1 y con I2 a la investigadora 2.

I1: A14, ¿qué hace el cohete?
A14: Sale otra piedra de luna.
I2: Lo que dices es muy interesante, ven y me cuentas.
A14: Cuando entra una piedra y pasa por el cohete sale otro número.
I1: Si entran tres, ¿cuántas salen?
A14: Pues cuatro.
IS: ¿Por qué sabes eso?
A14: Porque el cohete lo hace.

En la transcripción observamos que A14 cuando se le pregunta qué hace el cohete, responde "sale otra piedra de luna", podríamos considerar esta respuesta como una regla general la transformación, para confirmarlo seguimos preguntando, entonces dice que cuando entra una piedra sale otro número. Esta respuesta es un condicional que da idea de generalidad. Además, A14 responde correctamente a la pregunta sobre la salida dada la entrada en un ejemplo concreto.

Para $f(n)=n+2$, nueve niños identificaron una estructura, siete de ellas correctas. En el resto de los casos no hay evidencia de que identificaran estructuras. En cuanto al caso general, A2 expresa la generalización como "el siguiente", y A6 y A10 dijeron "cuando metes las piedrecitas salen dos más".

Algunos niños identificaron la estructura como un aumento en la cantidad, tres en la primera función y dos en la segunda. Esto puede considerarse como una forma de generalización incipiente (Torres et al., 2021b). A5 dijo: "las cosas se hacen más grandes", A10 dijo: "el cohete ha hecho que sea más grande", A12: "el cohete hace más piedras", A2: "que las piedras se hagan más" y A16: "que salgan más piedras".

Los resultados son similares para las dos funciones, aunque para $f(n)=n+2$ en los casos particulares hubo más niños que identificaron la estructura adecuada y uno que identificó la estructura de la tarea anterior, cuando en la correspondiente no lo había hecho adecuadamente. Para $f(n)=n+1$ todas las estructuras identificadas fueron correctas, para $f(n)=n+2$ no todas lo fueron. Los niños que llegaron a una generalización correcta con una función no fueron los mismos que llegaron a una generalización con la otra función.

CONCLUSIONES

Nuestro objetivo de investigación era analizar las estructuras que identifican los niños de último curso de educación infantil al abordar tareas contextualizadas que involucran a las funciones lineales $f(n)=n+1$ y $f(n)=n+2$. Podemos considerar que este objetivo se ha conseguido a pesar de encontrarnos con algunas limitaciones. Una limitación se este trabajo es que el hecho de observar a todo el grupo a veces nos impidió que tengamos evidencia de si un niño identificaba una estructura, bien porque no participaba, porque no respondía cuando se le preguntaba o porque no podíamos saber si respondía por imitación.

Para expresar la generalización utilizaron el lenguaje verbal, un lenguaje bastante limitado porque sus descripciones carecían de precisión y solían ir acompañadas de gestos y movimientos. Esta limitación en las expresiones verbales dificultó a veces reconocer si una expresión correspondía o no a una generalización. Esto es habitual en este grupo etario. Por ejemplo, cuando A14 nos dijo: "Sale otra piedra de luna", recurrimos a respuestas de este niño a casos particulares y a sus gestos para considerar que quería decir realmente que salía una piedra más. En el diseño de las preguntas tuvimos cuidado de no usar palabras que se refirieran a lo indeterminado. La intención fue ver si algún niño utilizaba alguno de estos términos, pero ninguno lo hizo.

El principal aporte de esta investigación respecto a nuestros antecedentes en educación infantil es el estudio de la generalización y su expresión. También es novedoso el uso de tablas de funciones. Cuando en la literatura hablan de representación tabular, normalmente hacen referencia a una tabla dibujada. En nuestro caso, se usaba un manipulativo en la representación tabular. Cuando preguntábamos por casos particulares en la asamblea, muchos niños recurrían a la tabla manipulativa. Este es un aspecto novedoso respecto a los estudios de este tipo que encontramos en la literatura. Dejamos como línea de investigación abierta para el futuro el uso de tablas de funciones, con material manipulativo y dibujadas en tareas de este tipo.

Otra línea de investigación podría ser la importancia del contexto y el diseño de tareas. En este caso el alumnado estuvo muy motivado, la mayoría participó y mantuvo la atención durante un período de tiempo prolongado. Ha sido motivador el contextualizar la tarea, el uso de material manipulativo y el juego.

Esta tarea podría ayudar a los maestros a trabajar el pensamiento funcional en el aula, sobre todo por el hecho de haberla implementado en un aula ordinaria con todo el alumnado.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha realizado como parte del proyecto con referencia PID2020-113601GB-I00, financiado por la Agencia Española de Investigación.

REFERENCIAS

Anglada, M. L. y Cañadas, M. C. (2021). Correspondencia y generalización de estudiantes de último curso de Educación Infantil. En P. D. Diago, D. F. Yáñez, M. T. González-Astudillo y D. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 125-132). SEIEM.

Anglada, M. L., Cañadas, M. C. y Brizuela, B. M. (2022). Identificación de estructuras por niños de cinco años en una tarea que involucra funciones lineales en sus formas directa e inversa. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 149-157). SEIEM.

Blanton, M. L. y Kaput, J. J. (2004). Elementary grades students' capacity for functional thinking. En M. Johnsen y A. Berit (Eds.), *Proceedings of the 28th International Group of the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 135-142). Bergen University College.

Blanton, M. L. y Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. En J. Cai, E. Knuth (Eds.), *Early algebraization* (pp. 5-23). Springer.

Canals, M. A. (1989). *Per una didàctica de la matemàtica a l'escola*. I. Parvulari. Eumo.

Cañadas, M. C. y Castro, E. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. *PNA, 1*(2), 67-78. https://doi.org/10.30827/pna.v1i2.6213

Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruiz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Comares.

Carraher, D. y Schliemann, A. D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 669-705). NCTM.

Castro, E., Cañadas, M. C. y Molina, M. (2017). Pensamiento funcional mostrado por estudiantes de Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la infancia, 6*(2) 1-13.

Dienes, Z. P. (1971). *Estados y operadores.(Vol. 1): operadores aditivos*. Teide.

Fuentes, S. y Cañadas, M. C. (2022). Evidencias de pensamiento funcional en una niña de 4 años: Estrategias y represen- taciones. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 269-276). SEIEM.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación, 5° edición*. McGraw Hill.

Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. J. Kaput, D. W. Carraher, y M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5-17). Lawrence Erlbaum Associates.

Molina, M. y Cañadas, M. C. (2018). La noción de estructura en el early algebra. En P. Flores, J. L. Lupiáñez e I. Segovia (Eds.), *Enseñar matemáticas. Homenaje a los profesores Francisco Fernández y Francisco Ruiz* (pp. 129-141). Atrio.

Moss, J. y London McNab, S. (2011). An approach to geometric and numeric patterning that fosters second grade students' reasoning and generalizing about functions and co-variation. En J. Cai y E. Knuth (Eds.), *Early algebraization. A Global Dialogue from Multiple Perspectives* (pp. 277-301). Springer

Mulligan, J. y Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal, 21*(2), 33-49. https://doi.org/10.1007/BF03217544

National Council Teachers of Mathematics [NCTM]. (2003). *Principios y estándares para la Educación Matemática. National Council of Teachers of Mathematics* (traducción de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES).

Torres, M. D., Cañadas, M. C. y Moreno, A. (2018). Estructuras, generalización y significado de letras en un contexto funcional por estudiantes de 2º de primaria. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García-García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 574-583). SEIEM.

Torres, M. D., Brizuela B., Cañadas, M. C. y Moreno, A. (2021a). Primeras experiencias con una tabla en segundo de educación primaria. Aproximación funcional al pensamiento algebraico. En P. D. Diago, D. F. Yáñez, M. T. González-Astudillo y D. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 603- 611). SEIEM.

Torres, M. D., Moreno, A. y Cañadas, M. C. (2021b). Generalization process by second grade students. *Mathematics, 9*(10), 1109.

Warren, E., Miller, J. y Cooper, T. J. (2013). Exploring young students' functional thinking. *PNA, 7*(2), 75-84.

Willoughby, S. S. (1997). Functions from Kindergarten through Sixth Grade. *Teaching Children Mathematics, 3*(6), 314-318.