

# UNA PAUTA ESPECIALIZADA PARA REFLEXIONAR SOBRE LA ENSEÑANZA DE LAS FUNCIONES EN SECUNDARIA<sup>1</sup>

## A specialized guideline to reflect on the teaching of functions in secondary school

Inglada, N.<sup>a</sup>, Breda, A.<sup>a</sup> y Sala-Sebastià, G.<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Universitat de Barcelona

### Resumen

*Una de las competencias que debe tener el profesorado es la de reflexionar sobre su propia práctica. El Enfoque Ontosemiótico ofrece como herramienta para este propósito los Criterios de Idoneidad Didáctica. En este trabajo se han analizado, en 48 Trabajos Finales del Máster de formación del profesorado de matemáticas de secundaria (Catalunya, España) sobre funciones de 4º de ESO, la reflexión que hacen los futuros profesores en el análisis de su práctica docente, desde el punto de vista epistémico en cada una de sus componentes: errores, ambigüedades, riqueza de procesos y representatividad de la complejidad del objeto función. Se concluye que, si se dotara al profesorado de una pauta especializada para el análisis epistémico, la reflexión sobre su propia práctica podría mejorar. Consecuentemente, aumentaría la calidad de los procesos de instrucción.*

**Palabras clave:** *conocimiento meta didáctico-matemático, criterios de idoneidad didáctica, enseñanza de las funciones, formación del profesorado de matemáticas.*

### Abstract

*Reflection on their own practice is one of the competences that teachers must have. The Ontosemiotic Approach offers as a tool for this purpose the Didactic Suitability Criteria. In this work, we analysed, from 48 Final Projects of the Master's Degree in Secondary Mathematics Teacher Training (Catalonia, Spain) on functions of 4th ESO, the reflection that future teachers make in the analysis of their teaching practice, from the epistemic point of view in each of its components: errors, ambiguities, richness of processes and representativeness of the complexity of the object function. It is concluded that, if teachers were provided with a specialized guideline for epistemic analysis, reflection on their own practice could improve. Consequently, the quality of the instructional processes would increase.*

**Keywords:** *didactic suitability criteria, mathematics teacher training, meta didactic-mathematical knowledge, teaching functions.*

### INTRODUCCIÓN

¿Qué conocimientos debe poseer el profesorado de matemáticas para el ejercicio de su profesión? (Amaya De Armas et al., 2016) Dentro de los modelos coexistentes en la literatura sobre los conocimientos del profesor de matemáticas, destacamos el modelo Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del Profesor de Matemáticas (CCDM) de Godino y colaboradores (2017). Centrándonos en la dimensión didáctica, una de las competencias que debe tener el profesorado es la de reflexionar sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas implementados en la práctica, y el modelo CCDM nos ofrece los Criterios de Idoneidad Didáctica (CID), una herramienta que sirve para organizar y sistematizar la reflexión del profesorado considerando diferentes componentes, epistémico, cognitivo, interaccional, mediacional, afectivo, y ecológico (Font et al., 2010), que se configura como uno de los elementos del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM), denominado conocimiento meta didáctico-matemático (Breda et al., 2017). El *Màster interuniversitari de Formació del Professorat de Secundària de Matemàtiques de Catalunya* atiende el criterio de que la práctica docente debe formar parte esencial de la formación inicial de los

profesores de matemáticas y que la reflexión sobre la propia práctica es necesaria para comprender la complejidad del proceso educativo y es una estrategia clave para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Para conseguir este objetivo de reflexionar sobre la propia práctica, los estudiantes del máster cursan una asignatura que se denomina Trabajo Final de Máster (TFM) que consiste en realizar un análisis de la Unidad Didáctica (UD) elaborada e implementada por ellos mismos en el periodo de prácticas. Para realizar este análisis se utilizan los CID. Esta herramienta del EOS la han conocido y estudiado previamente en una asignatura denominada “Innovación e Investigación en Educación Matemática”. A partir del análisis de la práctica implementada, los futuros profesores y profesoras presentan una propuesta de mejora de su UD. De un total de 744 TFM producidos en el máster (del curso 2011-2012 al curso 2020-2021), 163 tratan del objeto matemático función, lo que corresponde al 22% del total de los TFM del programa. Como afirma Font (2011), no todos los conceptos matemáticos son igualmente centrales para la comprensión de las matemáticas de la educación secundaria. La noción de función es uno de los conceptos matemáticos más importantes debido a su naturaleza unificadora y modelizadora.

En este trabajo, pretendemos analizar, en los TFM sobre funciones de 4º de Educación Secundaria Obligatoria (ESO), la reflexión que los futuros profesores y profesoras hacen en el análisis de la UD que han diseñado e implementado, desde el punto de vista epistémico en cada una de sus componentes: errores, ambigüedades, riqueza de procesos y representatividad de la complejidad del objeto función. Este trabajo forma parte de una investigación más amplia cuyo objetivo es investigar el conocimiento meta didáctico-matemático del futuro profesor o profesora que participa del *Màster interuniversitari de Formació del Professorat de Secundària de Matemàtiques de Catalunya* con relación a la idoneidad epistémica, cuando reflexiona y presenta propuestas de mejora de la UD sobre funciones.

## MARCO TEÓRICO

### Modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticos (CCDM)

Con la finalidad de atender el problema relacionado con la formación del profesorado, en Pino-Fan et al. (2015) se propone un modelo del CDM que interpreta y caracteriza los conocimientos de un profesor o profesora a partir de tres dimensiones: matemática, didáctica y meta didáctico-matemática. En esta investigación nos centraremos en la tercera de estas dimensiones.

Para desarrollar esta dimensión meta didáctico-matemática, en el EOS se han propuesto diferentes constructos teóricos, en particular, para la valoración de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, su herramienta esencial es la noción de idoneidad didáctica. Se entiende como el grado en que un proceso de instrucción (o una parte de este) reúne ciertas características que permiten calificarlo como idóneo (óptimo o adecuado) para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno) (Godino et al., 2006a; Godino et al., 2006b). La idoneidad didáctica se define a partir de las siguientes dimensiones o CID: *Idoneidad Epistémica*, para valorar si las matemáticas que están siendo enseñadas son “buenas matemáticas”; *Idoneidad Cognitiva*, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de aquello que los alumnos saben, y después del proceso, si los aprendizajes adquiridos están cerca de aquello que se pretendía enseñar; *Idoneidad Interaccional*, para valorar si las interacciones resuelven dudas y dificultades de los alumnos; *Idoneidad Mediacional*, para valorar la adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción; *Idoneidad Afectiva*, para valorar la implicación (intereses y motivaciones) de los alumnos durante el proceso de instrucción; *Idoneidad Ecológica*, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional (Font et al., 2010). El análisis que

presentamos en este trabajo pone el foco en el ámbito epistémico, por cuestiones de espacio, detallaremos únicamente la idoneidad epistémica.

La *idoneidad epistémica* se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia. Por ejemplo, la enseñanza de la adición en la educación primaria puede limitarse al aprendizaje de rutinas y ejercicios de aplicación de algoritmos (baja idoneidad), o tener en cuenta los diferentes tipos de situaciones aditivas e incluir la justificación de los algoritmos (alta idoneidad). Otro ejemplo es la enseñanza de la derivada de la función en un punto en el bachillerato. Enseñar a los alumnos a realizar de forma más o menos mecánica algunos cálculos de derivadas y a resolver algunos problemas estándar, (baja idoneidad) o tener en cuenta diferentes significados de este objeto matemático como la pendiente de la recta tangente a la función en un punto, la tasa instantánea de variación, o el límite del cociente de incrementos (alta idoneidad). En el caso de las funciones de 4º de ESO, reducir la enseñanza al aspecto operacional y a su representación algebraica (baja idoneidad) o trabajar diferentes significados de función, como correspondencia, relación entre variables, relación entre magnitudes, y sus distintas representaciones, verbal, algebraica, tabular, gráfica e icónica (alta idoneidad).

En Breda et al. (2017) se configura un sistema de componentes e indicadores que sirven de guía para el análisis y la valoración de la idoneidad didáctica de los procesos de estudio de cualquier etapa educativa. Es importante tener en cuenta que, tanto los componentes como los indicadores de los CID se han confeccionado teniendo en cuenta las tendencias, los principios y los resultados de la investigación en el área de Didáctica de las Matemáticas. En la Tabla 1 se presentan los componentes e indicadores de la Idoneidad Epistémica.

Tabla 1: Componentes e indicadores de la Idoneidad Epistémica. Fuente: Breda et al. (2017)

Componentes	Indicadores
Errores	No se observan prácticas que se consideren incorrectas desde el punto de vista matemático.
	Se observan prácticas correctas (sin errores) desde el punto de vista matemático.
Ambigüedades	Se observan prácticas sin ambigüedades...
	No se observan ambigüedades que puedan llevar a la confusión a los alumnos: definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen; adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen, uso controlado de metáforas, etc.
Riqueza de procesos	La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.).
Representatividad de la complejidad de los objetos matemáticos	Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar contemplada en el currículo)
	Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar.
	Para uno o varios significados parciales, muestra representativa de problemas. Para uno o varios significados parciales, uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos.

### Investigaciones sobre la noción de función en el marco del EOS

En el marco teórico del EOS se han realizado diversas investigaciones sobre el concepto de función. (Amaya et al., 2016; Flores y Font, 2017; Parra-Urrea y Pino-Fan, 2017; Pino-Fan y Parra-Urrea, 2021; Ramos y Font, 2008; Sánchez et al., 2021). Nuestra investigación se apoya en los trabajos anteriores para profundizar en la faceta epistémica de la noción de función y de los procesos que se

ponen en juego en su enseñanza y aprendizaje. Recogemos los listados propuestos en las investigaciones relacionadas, de clasificaciones y caracterizaciones de los procesos que están asociados a los componentes de la idoneidad epistémica para, en este estudio, dar un paso más completando la iniciativa de Pino-Fan y Parra-Urrea (2021), de diseñar una herramienta que adecúe los CID para analizar, evaluar y mejorar la enseñanza y aprendizaje de las funciones. Esta herramienta, además, facilitará el estudio del conocimiento meta didáctico-matemático del profesorado.

## **METODOLOGÍA**

Se trata de una investigación de tipo mixto (cuantitativo y cualitativo). El aspecto cuantitativo hace referencia a la selección y la cuantificación de los TFM que han desarrollado su UD alrededor del objeto función de 4º de ESO. A partir del análisis de la reflexión que aparece en los TFM de los futuros profesores sobre la idoneidad epistémica del diseño y de la implementación de la UD, emergen categorías inductivas de tipos de errores, ambigüedades, riqueza de procesos y representatividad de la complejidad del objeto *función* en 4º de ESO.

### **Contexto y participantes**

La muestra está formada por 48 TFM sobre funciones de 4º de ESO de alumnos del *Màster interuniversitari de Formació del Professorat de Secundària de Matemàtiques de Catalunya* del curso 2011-2012 al curso 2020-2021. Durante el máster, hay dos períodos de prácticas en centros de secundaria. En el primero, los futuros profesores conocen el centro de prácticas, el alumnado y acuerdan con el mentor del centro qué UD deben preparar. En el segundo período, implementan la UD que han diseñado. Después, en el TFM, los futuros profesores valoran la idoneidad didáctica de su implementación utilizando los CID y proponen mejoras. En particular, al valorar la idoneidad epistémica, reflexionan sobre los errores, ambigüedades, riqueza de procesos y representatividad de la complejidad del objeto *función* en 4º de ESO.

### **Indicadores de la Idoneidad Epistémica para Funciones (RIEF)**

Para analizar la reflexión recogida en los 48 TFM seleccionados se han considerado los indicadores propuestos en Pino-Fan y Parra-Urrea (2021) y Sánchez et al. (2021) obteniendo la siguiente adecuación de la idoneidad epistémica para analizar el objeto matemático *función*. Nos referiremos a esta herramienta con la expresión Refinamiento de los indicadores de la Idoneidad Epistémica para Funciones (RIEF). Los códigos relacionan cada subindicador con la componente a la que pertenecen.

#### *Errores*

(E1) Se evita el error de utilizar curvas continuas para funciones discretas. (E2) Error de definición. (E3) Error de representación. (E4) Error de resolución o procedimiento. (E5) Error en la proposición de un problema. (E6) Error de argumentación.

#### *Ambigüedades*

(A1) El trabajo con funciones no se limita al uso de representaciones algebraicas para evitar que se perciban solo como fórmulas y regularidades. (A2) Se evita la creencia de que un cambio en la variable independiente implica necesariamente un cambio en la variable dependiente pues, de lo contrario, una función constante podría no ser considerada una relación funcional. (A3) Se presentan relaciones funcionales que no son graficables para evitar la creencia de que toda función admite una representación gráfica. (A4) Se presentan relaciones funcionales que no tienen asociada una expresión algebraica, una fórmula o una ecuación para evitar la creencia de que toda función admite una representación algebraica. (A5) Las funciones se presentan con dominios y codominios explícitos para evitar la creencia de que toda función tiene un dominio y un codominio natural o real. (A6) Se presentan gráficas «irregulares» para evitar la creencia de que toda función representada gráficamente tiene «buen comportamiento» (simétrica, regular, suave y continua). (A7) Se hace uso de metáforas

de forma consciente. (A8) Uso de la notación  $f(x)$  para representar la función y la imagen de un valor de la  $x$  sin especificar los dos significados. (A9) Lenguaje dinámico de funciones. (A10) Imprecisión en el lenguaje.

#### *Riqueza de procesos*

(RP1) Las definiciones y los procedimientos consideran la arbitrariedad y la univalencia como características clave de la noción de función. (RP2) Se presentan las nociones de dominio y codominio como elementos inherentes a la definición de función. (RP3) Se promueve el significado de la noción de función pretendido por el currículo escolar, para identificar y argumentar relaciones funcionales en sus diversas representaciones. (RP4) Se presentan enunciados y procedimientos fundamentales relativos a la noción de función adecuados al nivel educativo. (RP5) Se promueven situaciones en que los estudiantes deben justificar sus conjeturas y procedimientos. (RP6) Se institucionalizan los procesos. (RP7) Se identifican las variables. (RP8) Se identifica el tipo de función.

#### *Representatividad de la complejidad de los objetos matemáticos*

##### *Significados*

(S1) La función como correspondencia. (S2) La función como relación entre variables. (S3) La función como relación entre magnitudes. (S4) La función como representación gráfica. (S5) La función como expresión analítica. (S6) La función como correspondencia arbitraria. (S7) La función a partir de la teoría de conjuntos.

##### *Representaciones y conversiones*

(RC1) Se movilizan las representaciones vinculadas a la función (verbal, simbólica/algebraica, tabular, gráfica e icónica). (RC2) Se promueven tratamientos en los diversos registros de representación (verbal, algebraico, tabular y gráfico). Por ejemplo, dada la función definida por  $f(x) = x^2 + 2x + 1$  se aplica un tratamiento de factorización para obtener la función  $f: R \rightarrow R$  definida por  $f(x) = (x + 1)^2$ , el tratamiento de la función original no debe alterar el dominio ni el rango de la función resultante, en caso contrario, la función no es la misma. (RC3) Se promueven conversiones entre los diversos registros de representación (verbal, algebraico, tabular y gráfico). Por ejemplo, para acceder a la idea de continuidad es conveniente utilizar un registro gráfico; para potenciar la idea de correspondencia es pertinente utilizar un registro algebraico

##### *Situaciones problema*

(SP1) Se presentan problemas que movilizan, representativamente, los seis significados de referencia de la función. (SP2) Se presentan problemas para reforzar conocimientos previos relacionados con la noción de función. (SP3) Se presentan problemas para ejemplificar distintas definiciones de la noción de función. (SP4) Se presentan problemas en contextos puramente matemáticos para reforzar el aprendizaje sobre funciones. (SP5) Se presentan problemas donde se trabajan conexiones intramatemáticas para reforzar el aprendizaje sobre funciones. (SP6) Se presentan problemas contextualizados provenientes de la vida cotidiana o de otras ciencias para reforzar el aprendizaje sobre funciones. (SP7) Se presenta un problema de modelización.

Se han analizado las reflexiones sobre su propia práctica que realizan los autores de los TFM para identificar en cuáles de los anteriores indicadores se basan para proponer mejoras en sus UD.

## **RESULTADOS**

En la Tabla 2 se presentan los datos obtenidos en el análisis de los 48 TFM participantes en relación con los componentes e indicadores RIEF identificados en sus reflexiones. Hemos contabilizado el número de TFM donde se reflexiona sobre cada uno de los indicadores RIEF (Ind) y en qué aspectos de los mismos se reflexiona (diseño e implementación (DI) y/o propuesta de mejora (PM) de la UD).

En la Tabla 2, en relación con los TFM analizados, NR indica que no se ha encontrado ninguna reflexión sobre el componente; NDE hace referencia a que el autor del TFM afirma que no detecta errores; INE que se explicita la intención de no cometer errores.

Tabla 2: Resumen resultados

Errores			Ambigüedades			Riqueza de procesos			Significados			Representaciones			Situaciones problema		
Ind	DI	PM	Ind	DI	PM	Ind	DI	PM	Ind	DI	PM	Ind	DI	PM	Ind	DI	PM
NR	15	41	NR	18	39	NR	7	26	NR	17	43	NR	8	29	NR	3	16
ND E	13		A1	1		RP1	2		S1	14	2	RC1	38	9	SP1	11	11
E1	2	1	A5	4	1	RP2	4	2	S2	18	2	RC2	2	2	SP2	3	5
E2	10		A6	2		RP3	10	1	S3	14	1	RC3	36	16	SP3	15	8
E3	4		A7	13	9	RP4	16	2	S4	17	3				SP4	25	8
E4	7	1	A8	4		RP5	39	21	S5	14	3				SP5	9	6
E5	9	2	A9	14	2	RP6	19	3	S6	12	2				SP6	39	24
E6	2		A10	7		RP8	4		S7	16	1				SP7	12	9
INE		5															

En el análisis de la reflexión que realizan los futuros profesores en los TFM sobre funciones para 4º curso de la ESO se observa que los tipos de errores sobre los que más reflexionan son los que se cometen en las definiciones (21%) y en la proposición de un problema (19%).

Los tipos de ambigüedad sobre los que más se reflexiona son el uso de metáforas de forma consciente (27%), el uso de la notación  $f(x)$  para representar la función y la imagen de un valor de  $x$  sin especificar los dos significados (29%). Pero sólo el 15% reflexionan sobre el uso del lenguaje dinámico de funciones. Por ejemplo, la autora del TFM 37, en su reflexión epistémica, describe una de las ambigüedades detectadas en la implementación de su UD.

Una ambigüedad fue al explicar las funciones discontinuas, las cuales, definimos como aquellas funciones la gráfica de las cuales no se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel. Esta definición les generó confusión cuando dibujamos una función discontinua en la que el punto de discontinuidad se identificaba con un círculo [...]. Algunos alumnos expresaron que en ningún momento se levantaba el lápiz para continuar dibujando toda la función, ya que recorrían el círculo, y por tanto no era una función discontinua.

El proceso más tenido en cuenta es la proposición de situaciones en que los estudiantes deben justificar sus conjeturas y procedimientos (81%). La mayor parte de los futuros profesores reconoce una carencia de este tipo de proceso en el diseño e implementación de sus UD y el 44% las introducen en sus propuestas de mejora.

Cada uno de los 7 significados de función aparece, aproximadamente, en un 31% de las reflexiones de los TFM, aunque en las propuestas de mejora se observa que se considera solo en un 5%.

El componente representaciones y conversiones es el que está más presente en la reflexión de los autores de los TFM (77%).

El 94% de los trabajos contienen una reflexión sobre alguno de los indicadores de la componente situaciones problema. El más estudiado es la presentación de problemas contextualizados provenientes de la vida cotidiana o de otras ciencias para reforzar el aprendizaje sobre funciones (81%) y le sigue la presentación de problemas en contextos puramente matemáticos para reforzar el aprendizaje sobre funciones (52%).

También podemos observar que el número de TFM en los que se reflexiona sobre un indicador al analizar el diseño y la implementación de la UD es superior al de aquellos que lo utilizan para justificar las mejoras realizadas en la UD.

## CONCLUSIONES

En el análisis de las reflexiones de los TFM sobre funciones para 4º curso de la ESO, se puede afirmar que se han obtenido evidencias de todos los indicadores RIEF (Tabla 2), en mayor o menor medida. Sin embargo, al entrar en detalle en cada TFM, se observa que cuando los participantes revisan la UD que han diseñado y su implementación, la pauta de que disponen —los CID (Tabla 1)— les ayuda a reflexionar (Alcaraz et al., 2022; Esqué de los Ojos y Breda, 2021). No obstante, al no ser ésta una pauta específica para la idoneidad epistémica de las funciones (RIEF), los participantes no atienden en su análisis a la mayoría de los RIEF. Se constata que sus reflexiones presentan importantes carencias que podrían influir en la calidad de sus procesos de instrucción. Aunque la revisión de la literatura apunta que en los últimos años ha ido creciendo la cantidad de trabajos que aplican los CID como herramienta teórico-metodológica (Malet, 2022), se hacen necesarios nuevos contextos de uso y el refinamiento de sus componentes para analizar procesos de enseñanza de objetos matemáticos específicos (Araya et al., 2021; Breda et al. 2021; García Marimón et al., 2021; Piñero-Charlo et al., 2021). En consecuencia, si se dotara al profesorado de herramientas como los RIEF, la reflexión sobre su propia práctica podría mejorar, ya que dispondrían de una pauta específica para realizar un análisis con más rigor, claridad y eficiencia. El uso de esta herramienta no solo contribuiría a mejorar la calidad de los procesos de instrucción, sino que mejoraría el conocimiento meta didáctico-matemático de quienes lo usen.

## Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado gracias al Proyecto PID2021-127104NB-I00 financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033/ y por “FEDER Una manera de hacer Europa”.

## Referencias

- Alcaraz, D., Breda, A. y Sala, G. (2022). Valoração de uma unidade didática sobre sistemas de equações lineares: um trabalho de reflexão sistematizada sobre a própria prática. En E. Silveira Vasconcelos; J. F. Staffa da Costa; Valderez Marina do Rosário Lima. (Org.). *O entrelaçar das pesquisas com as práticas pedagógicas: notas sobre o ensino de Ciências da Natureza e da Matemática na Educação Básica* (pp. 261-281). Porto Alegre: EDIPUCRS.
- Amaya de Armas, T. R., Pino-Fan, L. R., y Medina Rivilla, A. (2016). Evaluación del conocimiento de futuros profesores de matemáticas sobre las transformaciones de las representaciones de una función. *Educación matemática*, 28(3), 111-144. <https://doi.org/10.24844/EM2803.05>
- Araya, D., Pino-Fan, L., Medrano, I. y Castro, W. F. (2021). Epistemic criteria for the design of tasks about limits on a real variable function. *Bolema*, 35(69), 179-205. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a09>
- Breda, A., Pino-Fan, L. R. y Font, V. (2017). Meta Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers: Criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893-1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Breda, A., Pochulu, M., Sánchez, A. y Font, V. (2021). Simulation of teacher interventions in a training course of mathematics teacher educators. *Mathematics*, 9(24), 3228. <https://doi.org/10.3390/math9243228>

- Esqué de los Ojos, D. y Breda, A. (2021). Valoración y rediseño de una unidad sobre proporcionalidad utilizando la herramienta Idoneidad Didáctica. *Uniciencia*, 35(1), 38-54. <https://doi.org/10.15359/ru.35-1.3>
- Flores, M. y Font, V. (2017). Impacto de un programa de desarrollo profesional para profesores de secundaria de matemáticas sobre la enseñanza de funciones en el Ecuador. El caso de la función exponencial. En J.M., Contreras, P., Arteaga, G. R. Cañadas, M. M., Gea, B., Giacomone, y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos* (pp. 1-7). <https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html#comunicaciones>
- Font, V., Planas, N. y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105. <https://doi.org/10.1174/021037010790317243>
- Font, V. (2011). Funciones. Evolución histórica de la noción de función. Algunas ideas clave que nos ofrece la evolución de la noción de función. En Goñi J.M. (coord.), *Matemáticas. Complementos de formación disciplinar*. (pp. 145-186). Ed Graó.
- García Marimón, O., Diez-Palomar, J., Morales Maure, L., y Durán González, R. E. (2021). Evaluación de secuencias de aprendizaje de matemáticas usando la herramienta de los Criterios de Idoneidad Didáctica. *Bolema*, 35(70), 1047-1072. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a23>
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V., y Wilhemi, M. R. (2006a). Análisis y valoración de la Idoneidad Didáctica de procesos de estudio de las Matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252. <https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/pages/idoneidad.html>
- Godino, J. D., Contreras A., y Font, V. (2006b). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 26(1), 39-88. <https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/pages/diseño.html>
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Parra-Urrea, Y. E. y Pino-Fan, L. (2017). Análisis ontosemiótico de libros de texto chilenos: el caso del concepto de función. En J.M., Contreras, P., Arteaga, G. R. Cañadas, M. M., Gea, B., Giacomone, y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*, 1-11. <https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/parra.pdf>
- Pino-Fan, L., Assis, A. y Castro, W. F. (2015). Towards a methodology for the characterization of teachers' didactic-mathematical knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6), 1429-1456. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1403a>
- Pino-Fan, L., Parra-Urrea, Y. (2021). Criterios para orientar el diseño y la reflexión de clases sobre funciones. ¿Qué nos dice la literatura científica? *Uno. Revista de didáctica de las matemáticas*, 91, 45-54.
- Piñero Charlo, J. C., Ortega García, P. y Román García, S. (2021). Formative potential of the development and assessment of an educational escape room designed to integrate music-mathematical knowledge. *Education Sciences*, 11, 131. <https://doi.org/10.3390/educsci11030131>
- Ramos, A. B. y Font, V. (2008). Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 233-265. <https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/pages/idoneidad.html>
- Sánchez, A., Breda, A., Font, V. y Sala -Sebastià, G. (2021). ¿Qué errores detectan los futuros profesores en las clases de matemáticas que imparten? *Revista CIDUI*, 5, 1-13. <https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/pages/profesores.html>
-