

¿QUÉ CONOCIMIENTOS DE ÁLGEBRA TEMPRANA MOVILIZAN LAS TAREAS QUE DISEÑA EL PROFESORADO EN FORMACIÓN DE EDUCACIÓN INFANTIL?

What knowledge of early algebra do the tasks designed by early childhood education teacher trainees mobilise?

Pincheira, N., Alsina, Á. y Acosta, Y

Universidad de Girona

Resumen

En este estudio se presenta el análisis de las tareas matemáticas sobre álgebra temprana que diseña el profesorado en formación de educación infantil para niños y niñas de 3 a 5 años de edad. A partir de la técnica de análisis de contenido, se han analizado 96 tareas matemáticas diseñadas durante dos sesiones de clase en la asignatura "Aprendizaje de las matemáticas", del Grado de Maestro de educación infantil de una universidad española. Los resultados revelan una variedad de tareas matemáticas, predominando mayoritariamente las tareas de establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos, seguida de tareas que atienden a la descripción de cambio. Mientras que una baja presencia de tareas implica seriaciones con patrones de repetición. Se concluye que es necesario ofrecer experiencias de formación al profesorado que permitan profundizar en el diseño de tareas que promuevan el desarrollo del pensamiento algebraico temprano.

Palabras clave: álgebra temprana, tarea matemática, profesorado en formación, educación infantil.

Abstract

This study presents the analysis of mathematical tasks on early algebra designed by preservice Early Childhood Education teachers for children aged 3 to 5 years old. Based on the content analysis technique, 96 mathematical tasks designed during two class sessions of the subject "Learning mathematics" of the preservice early childhood education teacher degree at spanish university were analysed. The results reveal a variety of mathematical tasks, with a predominance of tasks involving the establishment of relationships based on the recognition of attributes, followed by tasks that focus on the description of change. While a low presence of tasks involving serialisation with repetition patterns is observed. It is concluded that it is necessary to offer teacher training experiences that allow us to deepen in the design of tasks that promote the development of early algebraic thinking.

Keywords: early algebra, mathematical tasks; preservice teacher, early childhood education.

INTRODUCCIÓN

Diversos currículos contemporáneos de educación infantil (e.g., Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority [ACARA], 2020; Ministerio de Educación [MINEDUC], 2018; Ministry of Education, Republic of Singapore, 2013; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) han experimentado un cambio durante las últimas dos décadas, puesto que han introducido conocimientos de naturaleza algebraica de manera progresiva (Pincheira y Alsina, 2021). Esta alternativa de integración curricular, responde a las directrices del *Early-Algebra*, a partir de ahora álgebra temprana, cuyo propósito es promover el desarrollo del pensamiento algebraico desde los primeros niveles de escolarización y facilitar una mejor comprensión de las matemáticas (Cai y Knuth, 2011).

Pincheira, N., Alsina, Á. y Acosta, Y. (2023). ¿Qué conocimiento de álgebra temprana movilizan las tareas que diseña el profesorado de educación infantil?. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, E. y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 451–458). SEIEM.

El álgebra temprana busca desarrollar en las aulas de clase modos de pensamiento que atiendan a la estructura que subyace a las matemáticas, por medio de tareas dirigidas a la observación de patrones, relaciones y propiedades matemáticas, donde los estudiantes exploren, hagan predicciones, discutan, argumenten y comprueben ideas (Blanton y Kaput, 2005).

El NCTM (2000) plantea que considerar el álgebra como un bloque de contenido a partir de la educación infantil, permite al profesorado ayudar a los niños y niñas a construir una base sólida de comprensión de conceptos algebraicos elementales y proporcionar experiencias de aprendizaje que fomenten el desarrollo del pensamiento algebraico, como preparación para un trabajo más complejo en los grados superiores.

Sullivan et al. (2013) asegura que “lo que los estudiantes aprenden en gran medida se define por las tareas que se les asignan y que componen la base de sus acciones” (p.57). Por tanto, las tareas matemáticas que propone el profesorado para promover el aprendizaje del álgebra desde edades tempranas deberían facilitar que los estudiantes piensen profundamente en las relaciones, patrones y el cambio (Twohill et al., 2019).

Dado que el aprendizaje de los estudiantes está determinado por el tipo de tarea que se les plantea, las tareas matemáticas que propone el profesorado para abordar el aprendizaje del álgebra en educación infantil son fundamentales. En este estudio, se asume por tarea matemática la información que impulsa el trabajo con los estudiantes, incluidas las representaciones, el contexto, las preguntas e instrucciones (Sullivan et al., 2013).

De acuerdo con Wake (2018) el diseño de tareas matemáticas forma parte del desarrollo de la práctica docente para organizar la enseñanza, puesto que desempeñan un rol importante en las experiencias de aula para los estudiantes y el profesorado. Sin embargo, aun son escasos los estudios que profundicen en las tareas propuestas por el profesorado de educación infantil para abordar conocimientos de naturaleza algebraica desde edades tempranas.

Considerando los lineamientos que plantea el álgebra temprana y los desafíos que requiere enfrentar la incorporación de tareas que promuevan el pensamiento algebraico, es necesario profundizar en las tareas matemáticas que propone el profesorado en formación de educación infantil, dado que son un agente clave para impulsar el cambio curricular que demanda la enseñanza de este bloque de contenido en las primeras edades. Desde esta perspectiva, nos preguntamos ¿qué conocimientos de álgebra temprana movilizan las tareas diseñadas por el profesorado en formación de educación infantil?

Para dar respuesta a esta pregunta de investigación, se asume la caracterización de los conocimientos matemáticos involucrados en la resolución de las tareas que promueven el desarrollo del pensamiento algebraico temprano en educación infantil, propuesta por Pincheira y Alsina (2021). Con base en este marco, el objetivo de nuestro estudio consiste en analizar los conocimientos sobre álgebra temprana de las tareas matemáticas diseñadas por el profesorado en formación de educación infantil para niños de 3 a 5 años de edad.

EL ÁLGEBRA TEMPRANA EN EDUCACIÓN INFANTIL

La enseñanza del álgebra temprana en educación infantil se ha consolidando como una línea de investigación, puesto que existe un consenso cada vez mayor por parte de los investigadores por brindar experiencias de aprendizaje que impulsen el desarrollo del pensamiento algebraico en esta etapa escolar (Alsina, 2022; Castro et al., 2017; Clements y Sarama, 2015).

Enseñar álgebra temprana en educación infantil requiere atender a una amplia concepción del álgebra que comprende diversos conocimientos que se desarrollan principalmente a través de la indagación y exploración del entorno, la manipulación, la experimentación y el juego. Por tanto, el desarrollo del pensamiento algebraico se manifiesta por medio de diversas tareas, tales como “el análisis de las

relaciones entre cantidades, identificar estructuras, estudiar el cambio, la generalización, la resolución de problemas, la modelización, la justificación, el ensayo y error y la predicción” (Kieran, 2004, p. 149).

Los resultados de investigación en torno al álgebra temprana en infantil han apuntado, hasta el momento, tres grandes tipos de conocimientos que contribuyen a desarrollar el sentido algebraico en estos niveles. Primero, emergen a partir de los conocimientos físicos que adquieren los niños y niñas en los primeros años a través de la manipulación de objetos (Piaget, 1953), permitiendo construir diferentes tipos de relaciones de carácter cualitativo y cuantitativo, al comparar elementos por medio de semejanzas o diferencias, de acuerdo con un criterio (Alsina, 2006, 2011, 2022; Lenz, 2022). En este contexto, el reconocimiento de atributos juega un papel fundamental para establecer relaciones de clasificación, ordenación y correspondencia, entre otras (Castro-Rodríguez y Castro, 2016).

Segundo, los patrones de repetición contribuyen también al desarrollo del pensamiento algebraico, y permiten la adquisición de habilidades, que se configuran como predictoras del rendimiento matemático en las etapas educativas posteriores (Rittle-Johnson et al., 2013). Para alcanzar tales habilidades, la literatura plantea una serie de tareas (Clements y Sarama, 2015; Lüken y Sauzet, 2020; Rittle-Johnson et al., 2013; Wijns et al., 2019) que permiten transitar del pensamiento recursivo al funcional (Lüken y Sauzet, 2020). Acosta et al. (2022) y Pincheira et al. (2022a) otorgan un orden de dificultad creciente a dichas tareas: duplicar el mismo patrón, encontrar elementos faltantes de una secuencia; ampliar una secuencia; construir el mismo patrón con diferentes elementos; identificar la unidad de repetición e inventar un patrón.

Y tercero, la noción de cambio entendida desde una perspectiva amplia como una transformación a partir de un operador (Alsina, 2011) es considerada por el NCTM (2000), un conocimiento importante del álgebra en educación infantil, puesto que ayuda a tener una base para aplicar las matemáticas y comprender el mundo.

Así pues, a partir del análisis de diversos currículos contemporáneos que han incorporado explícitamente el estudio del álgebra, junto con las aportaciones sobre los conocimientos importantes de álgebra temprana planteados en la revisión de la literatura, Pincheira y Alsina (2021) caracterizan los conocimientos involucrados en la resolución de tareas que promueven el desarrollo del pensamiento algebraico temprano. En concreto, para la educación infantil establecen, inicialmente, tres categorías de conocimiento: a) establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos al experimentar con elementos u objetos; b) seriaciones a partir de patrones de repetición; y c) descripción de cambios cualitativos y cuantitativos.

METODOLOGÍA

De acuerdo con el propósito de la investigación, se ha diseñado un estudio de carácter exploratorio-descriptivo (Creswell, 2009) en el que han participado 105 estudiantes del Grado de Maestro de educación infantil, pertenecientes a una universidad de España.

Los participantes cursaban la asignatura de Aprendizaje de las Matemáticas, donde reciben una formación general sobre la educación matemática infantil, se profundiza en los contenidos, recursos y estrategias de enseñanza para abordar el álgebra temprana de 3 a 6 años y otros bloques de contenido como la numeración y el cálculo, la geometría, medida, y estadística y probabilidad. La investigación se llevó a cabo al inicio de la asignatura mientras se abordaba el bloque de contenido de álgebra para edades tempranas, previo a profundizar en los otros bloques de contenido.

En el contexto de dos sesiones regulares del proceso de formación (90 minutos cada sesión) se plantea al profesorado en formación conformar equipos de trabajo para diseñar tareas matemáticas que promuevan la enseñanza del álgebra temprana para niños de 3, 4 y 5 años, respectivamente. Para ello, la instrucción es: a) diseñar una tarea para cada nivel; b) considerar a elección tareas de identificar (reconocimiento de atributos o agrupaciones), relacionar (clasificación, ordenación, correspondencia

o seriación por criterios cualitativos), y operar (cambios), siguiendo los tipos de acciones descritos por autores como Canals (1992) o Alsina (2006, 2022); c) describir la gestión que se debe realizar para el desarrollo de la tarea; y d) plantear preguntas que permitan favorecer la comprensión de la tarea.

Las tareas matemáticas diseñadas por el profesorado en formación se entregan de manera escritas con el apoyo de un procesador de texto y constituyen las unidades de análisis del estudio.

Categorías y procedimiento de análisis

Las unidades de análisis se han examinado de acuerdo con las categorías de conocimientos que caracterizan el álgebra temprana en educación infantil propuestas por Pincheira y Alsina (2021). Para ello, se han considerado los indicadores que profundizan en tales conocimientos, descritos en Pincheira et al. (2022a), como se aprecia en la Tabla 1. Cabe destacar que una determinada tarea, puede atender a más de un indicador.

Tabla 1. Categorías e indicadores utilizados en el proceso de codificación

Caracterización del álgebra temprana en educación infantil	Indicador
Relaciones a partir del reconocimiento de atributos	1. Reconocimiento de atributos de elementos u objetos 2. Agrupar elementos a partir de la identificación de sus propiedades 3. Clasificar elementos a partir de criterios cualitativos o cuantitativos 4. Establecer ordenaciones de objetos de manera ascendente o descendente 5. Establecer relaciones de correspondencia a partir del reconocimiento de atributos 6. Comparación de elementos a partir de criterios cualitativos o cuantitativos
Seriaciones a partir de patrones de repetición	7. Duplicar el patrón a partir de una secuencia 8. Encontrar elementos faltantes en una secuencia 9. Ampliar una secuencia 10. Construir un mismo patrón con diferentes elementos 11. Identificar la unidad de repetición de un patrón 12. Crear un patrón a partir de elementos determinados
Cambios cualitativos y cuantitativos	13. Reconocer cambios cualitativos 14. Reconocer cambios cuantitativos 15. Aplicar cambios cualitativos 16. Aplicar cambios cuantitativos

La codificación de las tareas matemáticas se ha realizado de acuerdo con las categorías e indicadores antes descritos, aplicado la regla de la presencia (Bardin, 2002), ya que la presencia/ausencia es significativa para describir un tipo específico de conocimiento en su totalidad. Para ello, se han asignando puntuaciones en caso de presencia (1 punto) o ausencia (0 puntos). Para establecer los conocimientos que movilizan cada tarea matemática se presta especial atención a la instrucción de la tarea, las preguntas que se formulan en el desarrollo de la tarea y los requerimientos que demanda para ser resuelta.

Para garantizar la confiabilidad del proceso de codificación, los autores llevaron a cabo un proceso de calibración mediante la codificación conjunta, para luego realizar la codificación individual. Posteriormente, las tareas se han analizado aplicando revisiones cíclicas hasta establecer la presencia/ausencia de los indicadores. Finalmente, se ha realizado una triangulación de las codificaciones establecidas por los autores y discutido los desacuerdos hasta establecer un consenso.

RESULTADOS

Considerando nuestro objetivo de estudio, se describen los datos a partir de la caracterización de los conocimientos de álgebra temprana para la educación infantil (Pincheira y Alsina, 2021), descritos en la Tabla 1.

Se han analizado un total de 96 tareas matemáticas diseñadas por el profesorado en formación de educación infantil, para abordar la enseñanza del álgebra temprana desde los 3 a 5 años de edad. La Tabla 2 muestra los datos correspondientes a los conocimientos que movilizan tales tareas.

Tabla 2. Distribución por porcentaje de los conocimientos de álgebra temprana que movilizan las tareas

Caracterización del álgebra temprana en educación infantil	3 años (n=32)	4 años (n=32)	5 años (n=32)	Total (n=96)
Relaciones a partir del reconocimiento de atributos	93.8	62.5	31.2	62.5
Seriaciones a partir de patrones de repetición	6.2	15.6	6.3	9.4
Cambios cualitativos y cuantitativos	0	21.9	62.5	28.1

A nivel general, se observa una mayor presencia de tareas de establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos (62.5%), seguidas de tareas vinculadas a la descripción de cambios cualitativos y cuantitativos (28.1%). Finalmente, las tareas de seriaciones a partir de patrones de repetición alcanzan una escasa presencia, con solo un 9.4%.

En las tareas diseñadas para los niveles de 3 y 4 años, predomina el establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos. Mientras que, en las tareas diseñadas para al nivel de 5 años se aprecia una mayor concentración de tareas de cambios cualitativos y cuantitativos. Cabe destacar que, para el nivel de 3 años, el profesorado en formación no diseña tareas de descripción de cambios.

De manera más específica, si nos situamos desde la perspectiva de los indicadores que precisan los conocimientos matemáticos de álgebra temprana en educación infantil (Pincheira et al., 2022a), es posible observar su predominancia en la Tabla 3 respecto de las tareas analizadas en cada nivel educativo.

Tabla 3. Distribución por porcentaje de los indicadores en relación con el total de tareas analizadas por nivel

Caracterización del álgebra temprana en educación infantil	indicadores	3 años (n=32)	4 años (n=32)	5 años (n=32)
Relaciones a partir del reconocimiento de atributos	1	40.6	19	12.5
	2	18.8	21.9	0
	3	28.1	9.4	6.3
	4	3.1	3.1	3.1
	5	9.4	18.8	9.4
	6	40.6	21.9	12.5
Seriaciones a partir de patrones de repetición	7	0	0	0
	8	0	3.1	6.3
	9	6.3	9.4	6.3
	10	0	3.1	0
	11	0	6.2	0
	12	0	6.2	3.1
Cambios cualitativos y cuantitativos	13	0	6.2	43.8
	14	0	3.1	9.4
	15	0	18.8	43.8
	16	0	0	6.3

Podemos observar que, en las tareas de establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos diseñadas para el nivel de 3 años predominan los indicadores 1 y 6, asociado con el reconocimiento

de atributos y la comparación de elementos a partir de criterios cualitativos o cuantitativos, alcanzando ambos una presencia del 40.6%.

Asimismo, en el nivel de 4 años predominan los indicadores 2 (21.9%) y 6 (21.9%), asociados con la agrupación y comparación de elementos, respectivamente. Mientras que, en las tareas diseñadas para el nivel de 5 años, al igual que en el nivel 3, se evidencian mayoritariamente los indicadores 1 y 6, con una presencia del 12.5% cada uno.

Por otra parte, en cuanto a las tareas diseñadas para trabajar con seriaciones a partir de patrones de repetición para el nivel de 3 años sólo se evidencia el indicador 9 que tiene relación con ampliar una secuencia (6.3%). A su vez, este indicador es el que alcanza la mayor predominancia en los niveles de 4 y 5 años, con una presencia del 9.4% y 6.3%, respectivamente. De igual forma, en este último nivel, también predomina del indicador 8 asociado con encontrar elementos faltantes de una secuencia, con una presencia del 6.3%.

Finalmente, las tareas diseñadas para abordar la descripción de cambios cualitativos y cuantitativos en el nivel de 4 años, predomina el indicador 15 vinculado con aplicar cambios cualitativos, con una presencia del 18.8%. Asimismo, en el nivel de 5 años, predominan los indicadores 13 y 15, que tienen relación con el reconocimiento y aplicación de cambios cualitativos, con una presencia del 43.8% cada uno.

A modo de ejemplo, en la Figura 1, se presenta una tarea matemática diseñada por un profesor en formación.

Figura 1. Extracto de tarea matemática diseñada para niños y niñas 5 años

Plantearémos un reto con la máquina de cambiar cualidades diseñada con una caja de cartón. Los alumnos verán el monstruo que entra en la máquina y el que sale, tendrán que descubrir la cualidad que ha cambiado. Se presentan monstruos de diferentes colores (verde, rosa y azul), tamaños (pequeño y grande) y formas (triangular y circular).

Preguntas:

- Si en la máquina entra un monstruo verde pequeño y sale un monstruo verde y grande ¿qué ha cambiado? ¿qué no ha cambiado?
- Si en la máquina entra un monstruo azul de gran tamaño y forma triangular, ¿qué monstruos podrían salir?

La tarea matemática aborda el cambio, más concretamente se deben aplicar cambios cualitativos a través de un operador y reconocer las características que han cambiado, por ejemplo, el color, el tamaño o la forma.

CONSIDERACIONES FINALES

En este estudio se han analizado un conjunto de 96 tareas matemáticas sobre álgebra temprana que diseña el profesorado en formación para niños y niñas de 3 a 5 años de edad. Dicho análisis se ha realizado a partir de las categorías de conocimiento que caracterizan el álgebra temprana en educación infantil propuesta por Pincheira y Alsina (2021).

El análisis de las tareas matemáticas ha evidenciado que para promover la enseñanza del álgebra temprana el profesorado en formación plantea principalmente tareas que implican el establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos cualitativos o cuantitativos de una colección (62.5%) en todos los niveles. Le siguen en menor medida las tareas que requieren de la descripción de cambios, más específicamente vinculadas con aplicar cambios cualitativos (28.1%), que sólo se observan en los niveles de 4 y 5 años. Por último, se observa una presencia mínima de tareas que profundicen en las seriaciones a partir de patrones de repetición (9.4%). El planteamiento de estas últimas está presente en todos los niveles y se centra mayoritariamente en ampliar una secuencia.

La escasa atención que presentan las tareas relativas al cambio es preocupante, puesto que es un conocimiento que sientan las bases para avanzar hacia el desarrollo del pensamiento funcional y fomentar la capacidad de generalizar (Alsina, 2022; Castro et al., 2017).

Por otra parte, las tareas que involucran patrones de repetición, al centrarse principalmente en ampliar una secuencia promueven la habilidad de extender (Rittle-Johnson et al., 2013), atendiendo sólo al desarrollo del pensamiento recursivo (Lüken y Sauzet, 2020). Esto reporta semejanzas con otras investigaciones (e.g., Pincheira et al., 2022b), confirmando que el profesorado de educación infantil no considera en el diseño una diversidad de tareas para hacer patrones. Por tanto, es necesario que el profesorado en formación profundice en el diseño de tareas con patrones de repetición, de manera que pueda incorporar otras tareas, tales como, construir un mismo patrón con diferentes elementos, identificar la unidad de repetición y inventar un patrón. Esto permitiría transitar hacia el desarrollo del pensamiento funcional (Wijns et al., 2019).

De acuerdo con Cai y Knuth (2011), es importante construir una base temprana de conocimientos para asegurar el éxito en álgebra. Por tanto, consideramos que es necesario ofrecer experiencias de formación al profesorado que permitan profundizar en el diseño de tareas que promuevan el desarrollo del pensamiento algebraico temprano. Tales experiencias, requieren tener en cuenta instancias de reflexión en torno a la tarea diseñada e implementación de la misma, de manera que se evidencie el progreso y mejora de la propuesta inicial. Esto último, constituye una limitación de nuestro estudio.

Agradecimientos: Este trabajo fue apoyado por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo del Gobierno de Chile (ANID) mediante una beca de doctorado en el extranjero, Folio N° 72200447 y el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España en el marco de la beca de Formación del Profesorado Universitario (FPU16-01856).

Referencias

- ACARA (2020). The Australian Curriculum: Mathematics. <https://www.australiancurriculum.edu.au/f-10-curriculum/mathematics/>
- Acosta, Y., Pincheira, N., y Alsina, Á. (2022). Tareas y habilidades para hacer patrones de repetición en libros de texto de Educación Infantil. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 22, 91-110. <https://doi.org/10.35763/aiem22.4193>
- Alsina, Á. (2006). *Como desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años*. Editorial Octaedro-Eumo.
- Alsina, Á. (2011). *Educación matemática en contexto de 3 a 6 años*. ICE-Horsori.
- Alsina, Á. (2022). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (3-6 años)*. Graó.
- Bardin, L. (2002). *Análisis de contenido* (3.ª ed.). Akal.
- Blanton, M., y Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446. <https://doi.org/10.2307/30034944>
- Cai, J., y Knuth, E. (2011). *Early algebraization. A Global dialogue from multiple perspectives*. Springer.
- Canals, M^a. A. (1992). *Per una didàctica de la matemàtica a l'escola. I. Parvulari*. Eumo.
- Castro, E., Cañadas, M. C. y Molina, M. (2017). Pensamiento funcional mostrado por estudiantes de Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 6(2), 1-13. <https://doi.org/10.24197/edmain.2.2017.1-13>
- Castro-Rodríguez, E., y Castro, E. (2016). Pensamiento lógico matemático. En E. Castro y E. Castro (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil* (pp. 87-107). Ediciones Pirámide.
- Clements, H.D., y Sarama, J. (2015). *El Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas a Temprana Edad*. Learning Tools LLC.
- Creswell, J. W. (2009). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*. Sage Publications.

- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The Mathematics Educator*, 8, 139-151.
- Lenz, D. (2022). The role of variables in relational thinking: an interview study with kindergarten and primary school children. *ZDM Mathematics Education*, 54, 1181-1197. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01419-6>
- Lüken, M.M., y Sauzet, O. (2020). Patterning strategies in early childhood: a mixed methods study examining 3- to 5-year-old children's patterning competencies. *Mathematical Thinking and Learning*. <http://10.1080/10986065.2020.1719452>
- Ministerio de Educación (2018). *Bases Curriculares 2018: Educación Parvularia*. Unidad de Curriculum y Evaluación.
- Ministry of Education Singapore (2013). *Nurturing Early Learners: A Curriculum for Kindergartens in Singapore: Numeracy: Volume 6*. Ministry of Education.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. NCTM.
- Papic, M.M., Mulligan, J. T., y Mitchelmore, M. C. (2011). Assessing the Development of Preschoolers' Mathematical Patterning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42, 237-268. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.42.3.0237>
- Piaget, J. (1953). How children form mathematical concepts. *Scientific American*, 189(5), 74-79.
- Pincheira, N., Acosta, Y., y Alsina, Á. (2022a). Incorporación del álgebra temprana en Educación Infantil: un análisis desde los libros de texto. *PNA* 17(1), 1-24. <https://doi.org/10.30827/pna.v17i1.24522>
- Pincheira, N., y Alsina, Á. (2021). Hacia una caracterización del álgebra temprana a partir del análisis de los currículos contemporáneos de Educación Infantil y Primaria. *Educación Matemática*, 33(1), 153-180. <https://doi.org/10.24844/EM3301.06>
- Pincheira, N., Alsina, Á., y Acosta, Y. (2022b). Habilidades para hacer patrones en tareas diseñadas por futuras maestras de educación infantil. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 471-478). SEIEM.
- Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., McLean, L. E., y McEldoon, K. L. (2013). Emerging understanding of patterning in 4-year-olds. *Journal of Cognition and Development*, 14(3), 376-396. <http://dx.doi.org/10.1080/15248372.2012.689897>
- Sullivan, P., Clarke, D., y Clarke, B. (2013). *Teaching with tasks for effective mathematics learning*. Springer Science y Business Media.
- Sullivan, P., Clarke, D., Clarke, B. y O'Shea, H. (2010). Exploring the relationship between task, teacher actions, and student learning. *PNA*, 4(4), 133-142.
- Twohill, A., Breen, S., Venkat, H., y Roberts, N. (2019). Task design for early algebra. In M. Graven, H. Venkat, A. Essien, y P. Vale (Eds.). *Proceedings of the 43rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 185-186). PME.
- Wake, G. C. (2018). A case study of theory-informed task design: what might we, as designers, learn? En L.J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García, y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 94-109). SEIEM.
- Warren, E., y Cooper, T. (2005). Introducing functional thinking in year 2: A case study of early algebra teaching. *Issues in Early Childhood*, 6(2), 150-162. <https://doi.org/10.2304/ciec.2005.6.2.5>
- Wijns, N., Torbeyns, J., De Smedt, B., y Verschaffel, L. (2019). Young children's patterning competencies and mathematical development: A review. En K. Robinson, H. Osana, y D. Kotsopoulos (Eds.), *Mathematical Learning and Cognition in Early Childhood* (pp. 139-161). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-12895-1_9