CREENCIAS EN MATEMÁTICAS, INTELIGENCIA FLUIDA Y RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO

Beliefs in mathematics, fluid intelligence and geometrical reasoning

Rubio-Sánchez, A[a], Gómez-Chacón I. M.[b] y Gómez-Veiga I.[a]

[a]Universidad Nacional de Educación a Distancia, [b]Universidad Complutense de Madrid

Resumen

En esta comunicación estudia la evolución de los procesos de visualización y se explora las relaciones entre el razonamiento sobre las figuras geométricas, la inteligencia fluida y las creencias hacia las matemáticas en estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) y bachillerato (N=356, 13-16 años). La metodología del estudio es mixta, cuantitativa y cualitativa, aplicando distintos instrumentos: Cuestionario de Creencias en Matemáticas (CreeMat), la prueba de Matrices Progresivas de Raven, y un Cuestionario de Razonamiento Geométrico expresamente creado para este estudio. El razonamiento geométrico de los alumnos ha sido analizado a partir del marco teórico de Duval. Se identifican relaciones significativas entre las creencias hacia las matemáticas, la inteligencia fluida y el razonamiento geométrico, particularmente destacable en 3º de ESO.

Palabras clave: *geometría, creencias, inteligencia fluida, visualización, aprehensión cognitiva*

Abstract

In this communication, the evolution of visualization processes is studied as well as relationships between reasoning about geometrical figures, fluid intelligence and student´s beliefs about mathematics of high schoolers (N=356, age 13-16). The methodology of this study is both quantitative and qualitative, and several instruments are applied: Mathematics Beliefs Questionnaire (CreeMat), Raven´s Progressive Matrices Set and a Geometrical Reasoning Questionnaire created specifically for this study. Student´s geometrical reasoning has been analyzed using Duval´s theoretical framework. Significant relationships were identified between beliefs in mathematics, fluid intelligence and geometrical reasoning, particularly in 3rd of ESO (year 10).

Keywords: *geometry, beliefs, fluid intelligence, visualization, cognitive apprehension*

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas se ha puesto de relieve que la competencia matemática es un proceso complejo en el cual influyen diferentes factores de manera interrelacionada: conocimientos específicos, métodos heurísticos, creencias positivas, metaconocimiento y capacidades de autorregulación (De Corte et al., 2010; Shoenfeld, 1992). Dentro de estas variables cobran especial relevancia, y serán foco de este estudio, los sistemas de creencias, el razonamiento en tareas de geometría y la inteligencia fluida como característica individual de los sujetos.

Distintos estudios han señalado que las capacidades de pensamiento de alto orden tienen una influencia significativa en el aprendizaje escolar. Estos estudios han señalado la influencia de la inteligencia (factor g) sobre el rendimiento académico (Deary et al., 2007). La inteligencia fluida (Gf) se entiende como la capacidad de razonamiento abstracto y de establecimiento de nuevas relaciones. Esta variable es de interés para nuestro estudio por la influencia que puede tener la inteligencia fluida sobre el razonamiento abstracto y espacial (Primi et al., 2010) que se da en Geometría.

Rubio-Sánchez, A., Gómez-Chacón, I. M. y Gómez-Veiga, I. (2023). Creencias en matemáticas, inteligencia fluida y razonamiento geométrico. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, E. y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 475–482). SEIEM.

En el rol de los sistemas de creencias en el desarrollo académico ha sido frecuentemente señalado. Se ha estudiado la influencia que tienen las creencias sobre la visión que tienen los alumnos sobre ellos mismos, como estudiantes, y sobre el modo en el que operan en el aula (Gómez-Chacón et al., 2006, Schraw, 2000). Más concretamente, se han encontrado evidencias empíricas de la relevancia que tiene las creencias de estudiante relacionadas con las matemáticas en el aprendizaje de las matemáticas y en la resolución de problemas (De Corte et al., 2010, Gómez-Chacón, et. al., 2006, Gómez-Chacón et al., 2014), tanto en las etapas de primaria (Goldin et al., 2016) como en secundaria y bachillerato (Gómez-Chacón et al., 2014).

Teniendo en cuenta estos factores, el estudio se centra en el razonamiento de los estudiantes en la resolución de problemas geométricos. El estudio del razonamiento de las representaciones geométricas tiene como marco de referencia la aproximación teórica propuesta por Duval (Duval, 1995), especialmente para el análisis de los procesos cognitivos relacionados con la visualización y las aprehensiones cognitivas (Duval, 1995; Gatgasis et al., 2010).

Así pues, la contribución de este estudio es doble. Por un lado, se estudia la relación que suponemos existe entre el sistema de creencias sobre las matemáticas y su aprendizaje, la inteligencia fluida y los procesos de visualización en geometría, lo que constituye uno de los objetivos del estudio. El segundo de ellos consiste en examinar los procesos de razonamiento subyacentes a tareas geométricas, resueltas por alumnos de secundaria, en base a la teoría de aprehensiones cognitivas de Duval, y analizar su evolución durante la secundaria hasta el bachillerato (Duval, 1995). La combinación de estas variables supone una contribución novedosa dentro del ámbito de la didáctica de la geometría.

CONSIDERACIONES TEÓRICAS

Creencias en matemáticas

Como se ha comentado anteriormente, las creencias de un individuo, implícitas o explícitas, afectan y predicen su comportamiento y están relacionadas con su rendimiento académico (De Corte, 2015; Gómez-Chacón et al., 2014). Las investigaciones sobre creencias proporcionan, hasta el momento, definiciones diversas que dependen del planteamiento de los estudios, marcos teóricos y herramientas de análisis escogidas (Pepin y Rösken-Winter, 2015). La aproximación teórica que fundamentó el cuestionario está basada en una comprensión integradora de los sistemas de creencias (ver Gómez-Chacón et al., 2006; Op't Eynde et al., 2002). Esta propuesta permite una mejor comprensión de las interacciones entre diferentes tipos de creencias, tal y como se refleja en el cuestionario CreeMat que se evalúa y valida en este estudio. Entendemos el sistema de creencias considera concepciones subjetivas (explícitas o implícitas) relacionadas con (1) la educación matemática (p.e. creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas y la resolución de problemas) (2) sobre sí mismos como matemáticos (p.e. objetivos intrínsecos/extrínsecos, autoeficacia) y (3) sobre el contexto matemático de la clase (p.e. el papel y funcionalidad de su profesor). Estos mismos autores defienden que este tipo de creencias interaccionan unas con otras, así como con los conocimientos previos del alumno, y determinan su aprendizaje matemático y sus actividades relacionadas con la resolución de problemas.

Razonamiento geométrico

El modelo teórico de Duval, la teoría semiótica de las representaciones, explora el funcionamiento cognitivo subyacente a numerosos procesos matemáticos y se ha usado en distintos estudios como modelo teórico del razonamiento geométrico (Bernabéu et al., 2019). Esta teoría considera la interacción que se produce entre la representación espacial de una figura, y la conceptualización abstracta de sus propiedades figurativas, como la raíz de las dificultades que muchos estudiantes tienen en la comprensión de las matemáticas (Duval, 1995). De la extensa teoría establecida por

Duval, nos centramos en lo que se denominan las cuatro aprehensiones cognitivas, que son cuatro maneras distintas de razonar cognitivamente relacionadas con la visualización. Estas categorías serán usadas como referente para el análisis de las respuestas dadas por los alumnos en el cuestionario correspondiente, y nos permitirán evaluar su razonamiento geométrico.

Primeramente, la identificación visual e intuitiva del objeto geométrico lleva al estudiante hacia una percepción figurativa. En esta primera aprehensión, llamada aprehensión perceptiva, sólo se realizan tareas tales como el reconocimiento de la dimensión de la figura, su nombre, o su clasificación. Sin embargo, es posible que la percepción del objeto geométrico requiera de algo más que la figura dada, y su descripción se vea complementada, o incluso sustituida, por un enunciado verbal. Los alumnos desarrollan la llamada aprehensión discursiva cuando combinan de manera adecuada el enunciado verbal de un problema con la figura o el objeto geométrico con el que han de trabajar.

Cuando se llega a percibir las propiedades y las relaciones de la figura, se dice que ha empezado la aprehensión operativa (Duval, 1995). Llegados a este punto, el estudiante es capaz de establecer operaciones tales como cambios en el tamaño o la orientación de las figuras. Estas operaciones pueden acercar al alumno a la estrategia adecuada para la correcta resolución del problema. Duval (1995) también desarrolló una aprehensión final, la aprehensión secuencial, para describir el momento en el que el estudiante conceptualiza de manera abstracta todas las partes y las propiedades de las figuras percibidas con anterioridad. En este punto, el proceso de construcción de la figura está organizado, y depende únicamente de restricciones y propiedades matemáticas, en vez de evocaciones visuales e intuitivas.

Inteligencia fluida

El concepto de inteligencia fluida (Gf) fue introducido por Catell (1971), el cual afirma que "es una expresión del nivel de complejidad de las relaciones que un individuo puede percibir y sobre las que puede actuar cuando no tiene el recurso de recurrir a respuestas de cuestiones tan complejas previamente almacenadas en su memoria". Flanagan et al. (2000) estableció con posterioridad que la inteligencia fluida alude a "las operaciones mentales que un individuo puede usar cuando se encuentra ante una tarea relativamente novedosa que no se puede desempeñar de manera automática […] reconocer conceptos, establecer inferencias e implicaciones correspondientes, resolución de problemas y la extrapolación".

En este estudio se considera a la inteligencia fluida como la capacidad individual de adaptación a situaciones novedosas, es decir, a la agilidad con la que establece nuevas relaciones, y por tanto a la capacidad de razonar con contenidos abstractos. Estas son capacidades necesarias para las personas en entornos académicos, por lo que han sido varios los estudios que han demostrado la influencia de la inteligencia en el aprendizaje escolar (Deary et al. 2007), especialmente en las ciencias y en las matemáticas. Respecto de ellas, se ha probado no sólo la relación entre la inteligencia fluida y el rendimiento académico matemático, sino también la influencia sobre el razonamiento abstracto y espacial (Primi, 2010).

MÉTODO

Objetivos

Los objetivos del estudio son los siguientes:

1. Estudiar la evolución en estudiantes de 13 a 16 años (etapa de adolescentes) en los procesos de visualización a partir de los procesos cognitivos de aprehensión de figuras geométricas siguiendo el marco teórico de Duval.
2. Explorar las relaciones entre las distintas variables estudiadas, dos a dos. Se estudiará la relación entre el sistema de creencias sobre las matemáticas y la inteligencia fluida, entre la

inteligencia fluida y el razonamiento geométrico, y finalmente entre el sistema de creencias y el razonamiento geométrico.

Participantes

En este estudio participaron un total de 356 estudiantes, con edades comprendidas entre los 13 y los 16 años, de un centro concertado-privado de una zona urbana con nivel socioeconómico medio de Madrid (España). De esta muestra inicial, 82 alumnos fueron descartados por su incapacidad de completar las pruebas. Esto resultó en 274 estudiantes (103 chicos y 171 chicas) repartidos en cuatro cursos consecutivos de secundaria: 2º de la ESO (n=103), 3º de la ESO (n=66), 4º de la ESO (n=69) y 1º de Bachillerato (n=36).

Metodología e Instrumentos

La metodología utilizada es mixta, cuantitativa mediante análisis estadístico y cualitativa para el estudio de tareas geométricas. Las fuentes y recogida de datos se realizan mediante cuestionarios.

Cuestionario de creencias CreeMat

Para la evaluación de las creencias se utiliza el cuestionario CreeMat (Gómez-Chacón et al., 2014). De acuerdo al enfoque teórico en el que se basa, el cuestionario CreeMat evalúa a través de 13 ítems cuatro dimensiones de creencias. Estas son: (D1) el compromiso en el comportamiento en el aprendizaje de las matemáticas (p.e. "Trabajo duro en matemáticas"), (D2) confianza matemática y competencia personal (p.e. "Aprendo las matemáticas rápidamente"), (D3) creencias específicas sobre las matemáticas (p.e. "Las matemáticas nos permiten entender mejor el mundo en el que vivimos") y (D4) creencias sobre la resolución de problemas matemáticos (p.e."Las clases de matemáticas no deberían dar tanta importancia a la resolución de problemas"). Los participantes respondieron siguiendo una escala Likert de 5 puntos desde "completamente de acuerdo" hasta "completamente en desacuerdo". En este estudio, el alfa de Cronbach del cuestionario fue de .7, lo que indica su fiabilidad.

Cuestionario de razonamiento geométrico

La tarea de evaluación del razonamiento de los alumnos se denomina Cuestionario de Razonamiento Geométrico y ha sido diseñado expresamente para este estudio. Consiste en 11 problemas, la mayoría en dos dimensiones (superficies, perímetros, lugares geométricos, transformaciones métricas, etc.) y algunas de tres dimensiones (superficie de poliedro). Los análisis de las soluciones establecen, por un lado, una medida total acorde a la cantidad de problemas correctamente resueltos respecto de toda la prueba (posteriormente denominada Raz-Geo). Por otro, se evalúa el nivel de razonamiento geométrico demostrado en cada uno de los problemas de acuerdo con las distintas aprehensiones cognitivas que alcanzan los alumnos en el proceso de resolución.

En este estudio, esa evaluación de aprehensiones alcanzadas se muestra relativa a un ejemplo particular de problema dentro de la prueba, el *Problema de la Cabra*. Éste tiene el siguiente enunciado: *"Una cabra está atada mediante una cuerda de 8 metros a la verja de una finca cuadrada de 4 metros de lado. La cuerda está fija a 1 metro de una de las esquinas. Fuera de la finca, hay hierba que la cabra puede comer. Colorea en el dibujo anterior la zona fuera de la finca en la que la cabra puede llegar a comer hierba".* A esto se le sigue la imagen de la Figura 1.

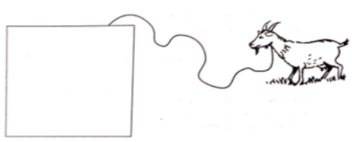

Figura 1: *Problema de la Cabra*

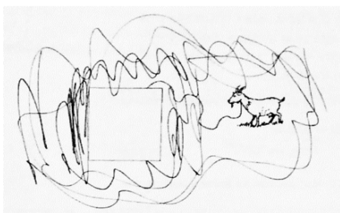

Figura 2: Aprehensión perceptiva

Figura 3: Aprehensión operativa

Inteligencia fluida

En lo que se refiere a la inteligencia fluida, la prueba más habitual para la medición del razonamiento abstracto no verbal es la prueba de Matrices Avanzadas de Raven (Raven et al., 1995). Esta prueba consiste en sesenta analogías visuales, y en cada uno de ellos los alumnos tendrán que identificar las características relevantes de una serie de figuras o formas visuales y abstractas que van acompañadas de un hueco en blanco. Entre varias alternativas posibles, tienen que escoger el elemento correcto que completa la serie. La puntuación de la prueba consiste en el número de ítems correctamente resueltos.

Análisis de razonamiento geométrico

Para explicitar el método de análisis cualitativo y cuantitativo realizado sobre el razonamiento geométrico tomaremos un ítem del cuestionario, el Problema de la Cabra. Las categorías de análisis como hemos indicado se basan en los procesos especificados en el marco teórico de Duval previamente explicado: aprehensión perceptiva, discursiva, operativa y secuencial. Desde esta perspectiva, se entiende que una primera resolución superficial que puede llegar a dar el estudiante es una figura abierta, como puede observarse en la Figura 2, que se corresponde con un ejemplo de resolución de un alumno de 2º de la ESO. En este caso, el estudiante ha sido capaz de comprender el enunciado verbal y el propósito del problema (aunque su solución sea incorrecta) y su razonamiento se basa sen una primera percepción visual. Se considera que una solución de este tipo implica que el alumno ha llegado tanto a la solución perceptiva como a la discursiva. Sin embargo, aquellos alumnos que persisten en el proceso de resolución se considera que realizan un esfuerzo consciente por comprender el problema, por percibir las relaciones entre los distintos objetos geométricos y por ende sus propiedades. Estos alumnos alcanzan una aprehensión operativa, y sus soluciones reflejan una zona cerrada con la forma, generalmente, de una figura geométrica. Otro ejemplo real de un alumno de 2º de la ESO puede observarse en la Figura 3. Finalmente, la solución correcta, el cardioide, se alcanza cuando el estudiante ha llegado al nivel máximo de abstracción del problema. Ha organizado la información basándose en las propiedades matemáticas de los objetos geométricos con los que está trabajando, y ha llegado a la última aprehensión, la secuencial.

Además de una medida global de problemas correctamente resueltos (Raz-Geo), también se obtiene una medida cuantitativa de las aprehensiones cognitivas alcanzadas por los alumnos. Considerando el análisis previo del *Problema de la Cabra*, se determina, por cada alumno, si han alcanzado o no cada una de las distintas aprehensiones. Estas medidas se agrupan por cursos y se analizan con profundidad en el apartado siguiente.

RESULTADOS

Evolución de los procesos cognitivos de aprehensión en geometría

La evolución de las diferentes aprehensiones según las categorías establecidas se presenta en la Tabla 1. Las medias obtenidas muestran que, de manera general, el razonamiento de las figuras geométricas mejora con la edad, aunque esos incrementos son menores en las aprehensiones perceptivas y discursivas (.89 a .97) que en las operativas (.37 a .61) y secuenciales (.04 a .24). Las desviaciones típicas, por su parte, aportan una información muy relevante en lo que se refiere a las aprehensiones perceptivas, discursivas y secuenciales. En las primeras dos, sugieren unos niveles polarizados en los primeros años del estudio, y una tendencia homogénea a medida que avanza el tiempo (DT=.31 a DT=.17). En la aprehensión secuencial, sin embargo, la tendencia en la variabilidad cambia: durante los primeros años es relativamente homogénea pero después tiende a polarizarse (DT=.19 a DT=.35).

Esto sugiere un patrón de razonamiento en el que los alumnos son, de manera general, competentes en los primeros procesos de razonamiento sobre las figuras y representaciones, y a medida que van madurando se vuelven excelentes. Las dificultades aparecen en fases del problema más avanzadas y abstractas, que inicialmente, cuando son más jóvenes, están fuera del alcance de la mayoría de los estudiantes. Sin embargo, a medida que avanzan en su formación matemática, aparece una división entre aquellos que de manera general se vuelven competentes en el proceso de resolución, y aquellos que, en contraposición, detienen sus procesos de razonamiento en estados previos del proceso de resolución, quedándose por tanto en niveles intermedios.

Tabla 1: Estadísticos discretos de las aprehensiones cognitivas correspondientes al *Problema de la Cabra*.

Aprehensiones	Perceptiva		Discursiva		Operativa		Secuencial	
Curso	*M*	*DT*	*M*	*DT*	*M*	*DT*	*M*	*DT*
2º ESO	.89	.31	.89	.31	.37	.49	.04	.19
3º ESO	.94	.24	.94	.24	.5	.5	.06	.24
4º ESO	.97	.17	.97	.17	.43	.5	.07	.26
1º BACH	.97	.17	.97	.17	.61	.49	.14	.35

Relaciones entre Creencias, Inteligencia fluida y razonamiento

Los resultados descriptivos de las puntuaciones totales obtenidas en las pruebas se observan en la Tabla 2, donde aparecen las medias y las desviaciones típicas de las pruebas CreeMat (Creencias), Matrices de Raven (Inteligencia fluida) y razonamiento geométrico (Raz. Geo.). Por un lado, se considera a toda la muestra en su conjunto, y por otro aparecen desglosados por cursos. Se puede observar la tendencia creciente que tiene el razonamiento geométrico a medida que los alumnos avanzan en su recorrido escolar, y una leve tendencia creciente también en sus medidas de inteligencia fluida. Las creencias, sin embargo, decrecen levemente a partir de 3º de la ESO, tanto en medida global como en las dimensiones particulares, evidenciando lo crítico que es ese curso para el desarrollo académico y de autoconcepto para los alumnos.

Tabla 2. Media (M) y desviación típica (DT) de la muestra global y por curso.

	Global		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º BTO	
	M	*DT*	*M*	*DT*	*M*	*DT*	*M*	*DT*	*M*	*DT*
Creencias	28.86	11.13	29.5	8.81	30.09	9.88	27.61	12.8	27.27	1.18
D1	2.85	1.2	2.84	.98	3.05	1.11	2.73	1.35	2.71	1.59
D2	3.18	1.33	3.23	1.09	3.34	1.2	3.03	1.54	3	1.74
D3	3.66	1.35	3.76	1.04	3.87	1.22	3.47	1.56	3.31	1.84
D4	2.86	1.1	2.96	.87	2.9	.97	2.83	1.28	2.57	1.48
Inteligencia fluida	48.29	6.26	47.74	5.26	47.02	6.9	48.6	7.79	52.54	3.13
Raz. Geo.	2.22	1.5	1.55	1.2	2.23	1.33	2.85	1.52	2.88	1.72

Tabla 3. Correlaciones entre las pruebas Spearman bilateral, **<.01, *p<.05

	Creencias	*D1*	*D2*	*D3*	*D4*	*Inteligencia fluida*	*Geometría*
Creencias	1						
D1	.81**	1					
D2	.76**	.44**	1				
D3	.69**	.55**	.5**	1			
D4	.61**	.55**	.49**	.49**	1		
Inteligencia fluida	.28**	.2**	.28**	.12	.14*	1	
Raz. Geo.	.21**	.13*	.21**	.11	.12*	.32**	1

Como se puede ver en la Tabla 3, todas las variables principales que se han tenido en cuenta en el estudio (creencias matemáticas, inteligencia fluida y razonamiento geométrico sobre las figuras) están correlacionadas positivas y significativamente con todas las demás (Rho .21, p<.01, a Rho .32, p<.01). En la tabla se reflejan también las correlaciones entre las distintas dimensiones provenientes de la prueba de creencias (D1: el compromiso en el comportamiento en el aprendizaje de las matemáticas, D2: confianza matemática y competencia personal, D3: creencias específicas sobre las matemáticas y D4: creencias sobre la resolución de problemas matemáticos). Entre ellas destaca especialmente la D2 (autoeficacia), que tiene una correlación significativa y positiva con la inteligencia fluida, Rho .28, $p<.01$, y con el razonamiento geométrico, Rho .21, $p<.01$.

Ante esto surge también preguntarse si la relación que tienen las variables de estudio se mantiene constante a lo largo de los diferentes cursos, o si por el contrario la influencia oscila según el nivel académico del alumno. En la Tabla 4 se puede observar las correlaciones entre las pruebas CreeMat (Creencias), Matrices de Raven (Inteligencia fluida) y razonamiento geométrico (Raz. Geo.) correspondientes a cada curso académico. Estos resultados sugieren, dentro de las correlaciones positivas débiles o moderadas, un nivel de relación entre las variables más intenso en los primeros cursos y que se devalúa a medida que los alumnos avanzan académicamente. Es especialmente remarcable el caso de 3º de la ESO, donde todas las correlaciones alcanzan el valor más alto, corroborando la importancia de ese curso académico en el desarrollo del alumno. Es una situación completamente opuesta a la que ofrecen los datos de 1º de bachillerato, en el que no hay correlaciones significativas. Este es un curso en el que su recorrido escolar ya ha sido establecido, es decir, ya han elegido qué tipo de estudios cursar. Esta decisión implica una posición personal respecto de su identidad como estudiante, y eso puede significar que las creencias de los alumnos respecto de su propio aprendizaje matemático comienzan a cristalizarse. Los datos ponen de manifiesto que sus creencias tienen menos relación con el resto de las variables, es decir, se vuelven más independientes respecto de la capacidad real de inteligencia fluida.

Tabla 4. Correlaciones entre las pruebas Spearman bilateral, $^{**}<.01$, $^{*}p<.05$

Correlación entre:	*2º ESO*	*3º ESO*	*4º ESO*	*1º BACH*
Raz. Geo. - Creencias	.22*	.29*	.17	.04
Raz. Geo. - Inteligencia fluida	.25*	.42**	.37*	.09
Creencias - Inteligencia fluida	.16	.48**	.31*	.37

DISCUSIONES Y CONCLUSIONES

Las investigaciones realizadas nos permiten avanzar en nuestra comprensión del razonamiento y aprendizaje de la geometría en dos aspectos. En primer lugar, la evolución de los procesos de razonamiento geométrico en adolescentes ha sido estudiada con profundidad, cubriendo por tanto el primer propósito establecido en este trabajo. Se ha logrado cuantificar el progreso de los alumnos a lo largo de la etapa adolescente considerada en el estudio (13 a 16 años) según la conceptualización de visualización de Duval (1995), lo que nos ha permitido ampliar nuestra comprensión sobre la progresiva capacidad que tienen los alumnos de alcanzar las distintas aprehensiones cognitivas.

En segundo lugar, se han estudiado las relaciones entre las variables objeto de estudio, y que los resultados han confirmado un patrón de intercorrelaciones positivas y fiables entre las creencias de los alumnos relacionadas con las matemáticas, su inteligencia fluida, y su nivel de razonamiento geométrico. Estos resultados confirman el papel relevante que juegan las creencias relacionadas con las matemáticas en la competencia matemática (Gómez-Chacón et al., 2014; Goldin, et al., 2016) pero, tal y como inicialmente se había propuesto, específicamente focalizados en el ámbito de la visualización y el razonamiento sobre figuras. También se confirma la relación entre la inteligencia fluida y el razonamiento geométrico, tal y como se había establecido en el segundo objetivo.

Además, se han encontrado datos que sostienen la importancia que tiene el período adolescente en el desarrollo matemático y en la formación de su sistema de creencias sobre su propio aprendizaje matemático. Más concretamente, 3º de la ESO ha surgido como un punto de inflexión en su progreso, que coincide con el momento donde empiezan a decidir el devenir de su recorrido académico. Los datos apuntan lo crítico que resulta ese curso académico, especialmente en la formación de su autoconcepto como estudiante de matemáticas. Finalmente, se deben tener en consideración las limitaciones de este estudio, tanto a nivel de tamaño de muestra estudiada como número de variables. Pudiera haber más factores, tanto ambientales como cognitivos, relacionados con el razonamiento geométrico y que podrían a futuro tenerse en cuenta con más detalle (como el razonamiento lógico, la reflexión cognitiva, la memoria a corto plazo…).

REFERENCIAS

Bernabeu, M., Moreno, M. y Llinares, S. (2019). Identificación y uso de los atributos de los polígonos por estudiantes de tercero de Educación Primaria: relaciones implicativas. En J.M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J.M. Muñoz- Escolano y Á. Alsina (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XXIII* SEIEM.

Cattell, R. B. (1971). *Abilities: Their structure, growth and action*. Houghton Mifflin.

Deary J., Strand S., Smith P., y Fernandes C., (2007) Intelligence and educational achievement. *Intelligence, 35* (1) https://doi.org/10.1016/j.intell.2006.02.001

De Corte, E. (2015). Mathematics-related beliefs of Ecuadorian students of grades 8-10. *International Journal of Educational Research*, 721-1-13

De Corte, E., Op 't Eynde, P., Depaepe, F., y Verschaffel, L. (2010). The reflexive relation between students' mathematics-related beliefs and the mathematics classroom culture. In L. D. Bendixen y F. C. Feucht (Eds.), *Personal epistemology in the classroom: Theory, research, and implications for practice* (pp. 292–327). Cambridge University Press.

Duval, R. (1995). *Geometrical Pictures: Kinds of representation and specific processes. Exploiting mental imagery with computers in mathematical education*. Springer.

Gagatsis, A., Monoyiou, A., Deliyianni, E., Elia, I., Michael, P., Kalogirou, P., Panoura A. y Philippou, A. (2010). One Way of Assessing the Understanding of a Geometrical Figure. *Acta Didactica Universitaties Comenianae Matematics, 10*, 33-50.

Goldin, G. A., Hannula, M.S., Heyd-Metzuyanim, E., Jansen, A., Kaasila, R., Lutova, S., Di Martino, P., Morselli, F. Middleton, J.A., Pantziara, M., y Zhang, Q. (2016*). Attitudes, Beliefs, Motivation and Identity in Mathematics Education. An Overview of the Field and Future Directions*. Springer Cham.

Gómez-Chacón, I. Mª., Op't Eynde, P., & De Corte, E. (2006). Creencias de los estudiantes de matemáticas, la influencia del contexto de clase. *Enseñanza de las Ciencias, 24*(3), 309–324.

Gómez-Chacón I., García-Madruga J. A., Vila J. O., Elosúa, R. & Rodríguez, R. (2014) The dual processes hypothesis in mathematics performance: Beliefs, cognitive reflection, working memory and reasoning. *Learning and Individual Differences, 29*, 67–73

Flanagan, D. P., McGrew, J. S., y Ortiz, S. O. (Eds.). (2000). *The Wechsler Intelligence Scale and Gf—Gc theory: A contemporary approach to interpretation*. Allyn and Bacon.

Op't Eynde, De Corte, E., y Verschaffel, L. (2002). *Framing Students' Mathematics-Related Beliefs. In G. C. Leder, E. Pehkonen y G. Törner (Ed.), Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (pp.13-37). Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/0-306-47958-3_2

Pepin, B y Rösken-Winter, B. (Eds) (2015). *From beliefs and affect to dynamic systems: (exploring) a mosaic of relationships and interactions*. Serie Advances in Mathematics Education. Springer.

Primi, R., Ferrão, M. E., y Almeida, L. S. (2010). Fluid intelligence as a predictor of learning: a longitudinal multilevel approach applied to math. *Learning and Individual Differences, 20*, 446– 451

Raven, J., Raven, J. C., y Court, J. H. (1995). *Manual for Raven's progressive matrices and vocabulary scales. Section 1: General overview.* Oxford Psychologists Press; San Antonio, TX.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). MacMillan.

Schraw, G. y Sinatra, G. M. (2004). Introduction: Epistemological development and its impact on cognition in academic domains. *Contemporary Educational Psychology, 29*, 95–102.