



# Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática

## **BOLETÍN SEIEM–Internet**

Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática

Número 31. Diciembre de 2011

EDITORES: *Junta Directiva*

Nº ISSN 1576-5911

Dirección página web: [www.seiem.es](http://www.seiem.es)

## Índice

<b>1. Editorial</b>	<b>1</b>
<b>2. Asamblea general (septiembre 2011)</b>	<b>1</b>
<b>3. Acta de la reunión de la Junta Directiva de la SEIEM del día 28 de noviembre de 2011</b>	<b>6</b>
<b>4. Valoración del XV SEIEM. Ciudad Real 2011</b>	<b>12</b>
<b>5. Información del XVI Simposio de la SEIEM. Baeza (Jaén) 2012</b>	<b>13</b>
<b>6. Grupos de Trabajo</b>	<b>19</b>
6.1. Pensamiento Numérico y Algebraico (PNA) . . . . .	19
6.2. Didáctica del Análisis . . . . .	23
6.3. Conocimiento y desarrollo Profesional del Profesor . . . . .	25
6.4. Aprendizaje de la geometría . . . . .	27
6.5. Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria . . . . .	28
6.6. Didáctica de la Matemática como Disciplina Científica . . . . .	32
6.7. Historia de la Educación Matemática . . . . .	35
6.8. Investigación en Educación Matemática Infantil . . . . .	36
<b>7. Investigación (tesis, trabajos DEA y proyectos).</b>	<b>38</b>
7.1. Tesis . . . . .	38

## **1. Editorial**

En mi primer editorial como presidente de SEIEM quiero manifestar mi preocupación porque durante el período que esté al frente de nuestra Sociedad de Investigación mi labor como tal sea eficaz y fructífera para SEIEM. No regatearé esfuerzos para que la confianza que habéis depositado en mí no sea defraudada. Confío totalmente en la Junta Directiva y en todos vosotros, y os ruego que me remitáis las sugerencias que creáis convenientes para mayor éxito de SEIEM.

El primer compromiso que he asumido es sacar la revista de SEIEM adelante y en esas estamos, aunque con un poco de retraso. Una vez que se ha aprobado la normativa de regulación de la revista, el reto inmediato es sacar el primer número y distribuirlo. Esto supone salvar múltiples escollos pendientes, que no son pocos, y el tiempo pasa demasiado deprisa.

La Junta Directiva no ha recibido propuesta alguna de otra empresa que se encargara de su edición y distribución salvo la de FUNDECYT (Fundación de la Junta de Extremadura). Entre las tareas pendientes, hay que elegir la portada y la contraportada de la revista. Para ello, se utilizará el procedimiento que se ha seguido en la aprobación de las normas reguladoras de la revista: la Junta Directiva someterá a votación algunos diseños (bocetos) y se aceptará la propuesta que haya recibido mayor número de votos.

Lógicamente, la Junta Directiva no va a tomar decisiones que no hayan sido aprobadas en asamblea, pero parece razonable que si los miembros de SEIEM reciben la revista, en el futuro se aumenten las cuotas un poquito para que, en parte, se puedan compensar los gastos derivados de la publicación. En este asunto, como en otros muchos, el tiempo y vosotros tenéis la palabra.

## **2. Acta de la Asamblea General de SEIEM celebrada el 8 de septiembre de 2011 en Ciudad Real.**

A las 18:30 horas del día 8 de septiembre de 2011, dio comienzo la Asamblea General Anual de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), en el Salón de Actos de la Facultad de Educación del Campus de Ciudad Real.

La Asamblea se desarrolló con el siguiente orden del día:

1. Lectura y aprobación, en su caso, del Acta de la Asamblea de Septiembre de 2010.
2. Informe del Presidente.
3. Presentación y aprobación, en su caso, del balance del ejercicio económico 2010–11.
4. Información y decisión sobre la creación de una Revista de Investigación Matemática de la SEIEM.
5. Renovación parcial de la Junta Directiva: elección de dos miembros de acuerdo con el artículo 20 de los Estatutos de la SEIEM.
6. Propuestas para el decimosexto Simposio de la SEIEM.

## 7. Ruegos y preguntas.

### **DESARROLLO DE LA SESIÓN**

Comienza la reunión a las 18:30 horas del día señalado. Asistentes:52.

#### 1. Lectura y aprobación, en su caso, del Acta de la Asamblea anterior.

Se aprueba el Acta por asentimiento

#### 2. Informe del Presidente.

El Presidente de la SEIEM, D. Lorenzo J. Blanco, pasa a informar de los aspectos institucionales más destacados:

- Da la bienvenida al Simposio a D. Serapio García, Presidente de la FESPM. El Presidente de la FESPM, agradece la invitación.
- Disculparon su asistencia el Sr. Presidente del CEMAT, D. Antonio Campillo, y la presidenta de SIEM (Portugal), Da. Cláudia Canha Nunes por coincidir este simposio con el de la sociedad portuguesa.
- El Presidente indica que se celebró el Seminario sobre *LA FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS ANTE LA IMPLANTACIÓN DE LOS NUEVOS GRADOS EN INFANTIL, PRIMARIA Y MÁSTER DE SECUNDARIA* en Castro Urdiales (Santander) del 13 al 15 de Abril de 2011, y que los documentos de conclusiones se han hecho públicos en la página web de la Sociedad. Las conclusiones se publicaron también en *Educatio Siglo XXI*, reseña firmada por el profesor D. Andrés Norte Checa. Y se ha mandado la reseña al ME/Formación y Orientación Universitaria (a D.<sup>a</sup> Mercedes Chacón y a D. Marius Rubiralta); y al ME/Formación Profesional (a D. Miguel Soler), también se envió a la Gaceta RSM. No hay que olvidar que un acuerdo del seminario fue dar continuidad a este tipo de reuniones, para ello debemos realizar esfuerzos encaminados en esta dirección.
- Sobre el CEMAT. El presidente manifiesta que son reuniones muy institucionales. Hay una invitación para una reunión en Madrid próximamente. El asunto que más nos puede interesar es la creación del Instituto Matemático, en el que participen todas las sociedades de matemáticas, incluida la nuestra, este proyecto está parado. Es una puerta que se nos abre a mejores relaciones institucionales.
- Información sobre la Participación en el XII ENEM celebrado en Tenerife. El Presidente Lorenzo J. Blanco impartió una conferencia plenaria para difundir los objetivos de la Sociedad y sobre la Didáctica de la Matemática. Se aportaron los 300 euros recibidos.
- El Presidente presenta el cuestionario elaborado para valorar el desarrollo del Simposio, que sigue las mismas directrices del cuestionario de valoración del XIV Simposio celebrado en Lérida con alguna pequeña modificación que clarifica algún ítem. A continuación cede la palabra a la Vocal de la J.D., Nuria Climent, quien da la siguiente información:

El análisis de los cuestionarios de valoración de los asistentes al XIV Simposio de la SEIEM ha sido realizado por Tomás A. Sierra Delgado y Esther Rodríguez Quintana, de la Universidad Complutense de Madrid. El cuestionario fue facilitado a los asistentes tras la finalización de la Asamblea y su recogida se llevó a cabo tanto ese mismo día como el siguiente, en que el Simposio finalizaba. Fue contestado por el 24,03 % del total de asistentes. En cuanto a los aspectos relacionados con la organización del Simposio, podemos afirmar que el grado de satisfacción es muy alto, superando en todos los casos el 3.5 sobre 4, menos en uno, en que se sitúa en 3.39. En lo que se refiere al Seminario 1, sobre Enseñanza y aprendizaje de la geometría, tanto la coordinación como cada una de las sesiones son valoradas muy positivamente, situándose las puntuaciones medias en torno al 3 sobre 4. En cuanto al Seminario 2, sobre Educación Matemática y Diversidad, todas las valoraciones son muy altas, igual o por encima del 3, llegando en algunos casos al 3.39. Se considera, al igual que en el Seminario 1, como más interesante la variedad temática. En relación con las comunicaciones generales, la valoración de las presentaciones es muy alta con una media de 3.20 sobre 4, siendo menor el valor asignado a las discusiones desarrolladas después de cada presentación con una media de 2.70 sobre 4. El desarrollo de la asamblea de la SEIEM se valora muy positivamente, con una media de 3.29 sobre 4. En el caso de las reuniones de los grupos, dado que la muestra de asistentes correspondiente a cada grupo de investigación es muy reducida, sólo podemos observar que en general se valoran más las discusiones realizadas en los grupos de investigación que las comunicaciones presentadas. La valoración general del Simposio es muy alta, situándose en una media de 8.65 sobre un máximo posible de 10. Se indicó que el informe de los resultados se pondría disponible en la web de la SEIEM.

- Convenio con la FESPM ratificando el acuerdo del año anterior. Se aprobará en la próxima Junta de la FESPM. Mediante este convenio, se retoman los contactos y la colaboración con la Federación, se considera positivo para ambas sociedades. El documento es leído y aprobado por unanimidad.
- El día 19 de septiembre se inaugura el Centro de Formación Matemática-Física, se ha recibido invitación.
- Se recuerda que es importante la participación de los socios en los grupos.
- Se informa de que hay 214 personas socios/as de la SEIEM.
- El Presidente indica que en la próxima Junta Directiva de la SEIEM debiera de haber una persona encargada de difundir las actividades de la Sociedad.
- Informe de asuntos relacionados con la página Web de la SEIEM. La webmaster, profesora Clara Jiménez , expone que:

Se ha aumentado el servicio que teníamos contratado, el espacio se había quedado pequeño debido a la información que soportaba. Ahora

disponemos de 1GB de espacio, del que estamos usando un 48%, y 20 GB de transferencia mensual. También disponemos de 15 subdominios, que se pueden utilizar para crear un espacio para cada grupo, y 50 cuentas ftp para que los coordinadores gestionen los espacios. Las condiciones completas del servicio de almacenamiento están en <http://www.piensasolutions.com/hosting/professional.htm>

Hay 100 cuentas de correo disponibles, de las que se están usando 5, presidente, comitecientifico, secretario, tesorero y webmaster@seiem.es. Se podría crear una para cada grupo de trabajo.

También informa de que se van a habilitar dos cuentas de correo nuevas: fotos@seiem.es para que quien disponga de fotografías de la sociedad, las quiera enviar y así se puede hacer una recopilación; y revista@seiem.es para gestionar el proceso de creación de la revista.

Recuerda la lista de correo lista@seiem.es mediante la que cualquier socio/a puede enviar información interesante para el resto, y solicita que los socios revisen los datos relativos a sus direcciones de correo electrónico que figuran en la página web, que es con las que se actualiza la lista de correo, y en caso de detectar cualquier error se lo indiquen.

3. Presentación y aprobación, en su caso, del balance económico del ejercicio 2010 - 11.

Se excusa la ausencia del tesorero por motivos profesionales.

Se informa que ha habido una imposibilidad física para el cobro de cuotas de los dos últimos años y un recorte de subvenciones para la realización del Simposio de Ciudad Real. Asimismo, se informa que las cuentas del Simposio de Lleida están cerradas.

Desde la tesorería se propone para el año 2012:

a. aumento de la cuota de socio/a, 5 €

b. inscripción al simposio cuota socio/a, 100€

Se indica que las cuotas pendientes se cobrarán secuencialmente: la del 2010, durante el último trimestre de 2011, y la cuota del año 2011, durante el 1er trimestre del 2012. Tras un debate en el que intervienen los profesores Ángel Gutiérrez, M. Teresa González, Luis Puig, Bernardo Gómez y Luis Rico, el Presidente retira las propuestas de subida de cuotas y propone proceder a la votación del balance. Resultado de la votación:

Votos a favor: 47

En contra: 1

Abstenciones: 7

En consecuencia, se aprueba el informe presentado por la Junta Directiva, elaborado por la tesorería.

4. Información y decisión sobre la creación de una Revista de Investigación Matemática de la SEIEM.

Se presenta y debate el documento que ha confeccionado la comisión designada para

elaborar el anteproyecto de la revista. Intervienen:

Los profesores Bernardo Gómez, Luis Puig y Alexander Maz hacen hincapié en aspectos como: periodicidad, formato, idiomas, proceso de difusión, tiempo de permanencia del editor, coste. . . y manifiestan que cada socio/a debería tener la propuesta para su estudio.

El presidente de la SEIEM destaca los aspectos clave de la Revista, indicando que es el momento de aportar todas las mejoras que se consideren.

El profesor Luis Rico, reconoce el gran trabajo realizado por la Comisión, y manifiesta que la Revista debe ser aprobada con el máximo consenso posible y que se deben centrar los diferentes aspectos por nivel de complejidad, como: idiomas, listado de temáticas posibles, modo de validar la producción y la dirección de la Revista.

El profesor Tomás Ortega indica correcciones de tipo lingüístico y realiza una propuesta para posponer y realizar la votación por Internet, de forma que se disponga del texto, haya un plazo para aportar posibles modificaciones, reelaboración del texto por la comisión, presentación de la nueva propuesta y votación por Internet.

El profesor Ángel Gutiérrez indica que el proceso debe ser operativo y que en la asamblea la discusión se debe centrar en lo importante.

El Presidente Lorenzo J. Blanco a la vista de las exposiciones realizadas, recogiendo la propuesta del profesor T. Ortega, indica que en el mes de octubre se someterá el nuevo texto a votación, aprobándose por unanimidad.

5. Renovación parcial de la Junta Directiva: elección de dos miembros de acuerdo con el artículo 20 de los Estatutos de la SEIEM.

En esta ocasión hay que renovar al presidente y un vocal. Se han presentado dos candidaturas cumpliendo el plazo de 24 horas.

Para Presidente: Tomás Ortega del Rincón

Para Vocal: David Arnau Vera

La Dra. Carmen Azcárate dice que después de cinco presidentes, se ha perdido la ocasión de tener la candidatura de una mujer.

El Presidente expresa que la convocatoria se ha realizado por diferentes medios ajustándose a lo que marcan los Estatutos.

Según los estatutos hay que elegirlos individualmente. Así que debe haber una papeleta para Presidente (T. Ortega) y otra para Vocal (D. Arnau). La votación es: Si, No o En blanco

Se realiza la votación con los siguientes resultados:

Presidente: Tomás Ortega. Votos a favor:41. En blanco: 7. En contra:0

Vocal: David Arnau. Votos a favor:43. En blanco: 5. En contra:0

Por tanto quedan proclamados como Presidente de la SEIEM D. Tomás Ortega y como nuevo Vocal de la Junta D. David Arnau.

6. Propuestas para el decimosexto Simposio de la SEIEM.

La propuesta ha sido presentada por el profesor Antonio Estepa para que se haga en la Universidad de Jaén, concretamente en Baeza. También se han recibido para los

años sucesivos propuestas de sede en Bilbao, Salamanca, Málaga y Alicante.

El profesor Antonio Estepa informa que se ha reservado la sede de la Universidad Internacional de Andalucía (UNIA) de Baeza para el Simposio de la SEIEM de 2012, en la segunda quincena de septiembre de 2012 (la primera quincena la tienen ocupada con sus propias actividades). También informa que le han comunicado de palabra su aprobación por la Junta de Dirección de la UNIA en Baeza.

El Presidente expresa el apoyo de la Junta y de la Asamblea a la citada propuesta y, sometida a votación, se aprueba la propuesta por unanimidad.

#### 7. Ruegos y preguntas.

El profesor Tomás Sierra solicita la posibilidad de un hueco en el próximo simposio para convocar y reunir a los jóvenes investigadores. Así mismo considera que para que los grupos tengan más dinamismo, algún grupo podría participar en alguno de los seminarios.

La profesora Encarna Castro solicita que no debieran coincidir en el tiempo las comunicaciones que tengan a una misma persona como coautora.

Si más asuntos que tratar, el Presidente agradece la participación a los socios y socias, y se levanta la sesión a las 20 horas.

La Secretaria de SEIEM: M. Carmen Penalva Martínez

Vº Bº El Presidente de SEIEM: Lorenzo J. Blanco Nieto.

### **3. Acta de la reunión de la Junta Directiva de la SEIEM del día 28 de noviembre de 2011**

La Junta Directiva de la SEIEM, previa convocatoria de su Presidente, se reunió el día 28 de Noviembre de 2011, a las 11:00 h, en el Seminario del Departamento de Didáctica de la Matemática, de la Facultad de Educación, de la Universidad Complutense, con la asistencia de todos sus miembros.

Asistentes: Tomás Ortega (Presidente), Jordi Deulofeu (Tesorero), Antonio Estepa, Nuria Climent, David Arnau y M. Carmen Penalva (Secretaria).

A continuación se trataron los siguientes puntos del orden del día:

#### **1. Aprobación, si procede, del acta de la sesión anterior.**

El Acta fue enviada con anterioridad a los miembros de la Junta. Se aprueba por asentimiento.

#### **2. Informe del Presidente.** El Presidente de la SEIEM, Tomás Ortega, informa sobre diferentes asuntos.

- Entrevista con el anterior presidente de la SEIEM, Lorenzo, J. Blanco. El presidente expone los puntos tratados en la reunión. Se comentan y concretan algunos asuntos que están relacionados con la revista y con los boletines.

**Revista:**

Revisión de los pasos realizados para aprobar la revista.

Editor, distribuidor FUNDECYT Garantizar la titularidad de la revista (Nos garantiza tener espacios nuevos para SEIEM y posibilidad de incorporar vídeos).

Dos números: marzo y octubre.

Coste de la Revista: 8000€ para el primer año y 4000 para el segundo.

No se han presentado otros presupuestos.

El tesorero, Jordi Deulofeu, indica que el presupuesto de la Revista de Enseñanza de las Ciencias es bastante mayor.

Se está a la espera de la llamada de la Fundación para la firma del convenio.

**Boletines:**

El índice será análogo a los de ediciones anteriores.

El editorial lo hace el presidente. En el editorial del próximo boletín se hace referencia a la Revista. El presidente lee el editorial que ha elaborado para recabar la opinión de los miembros de la Junta. El editorial del siguiente boletín hará referencia al papel de las menciones de los Grados en el Máster de Investigación.

Referencia a la asamblea y a las actividades de la junta directiva (convocatorias o actas y reuniones)

Grupos de trabajo de la SEIEM (vocal responsable, Nuria Climent)

Tesis, DEAS, Proyectos (vocal responsable, Antonio Estepa en colaboración con el presidente). La Junta opina que los trabajos de fin de máster se pueden poner en la web de SEIEM.

Información de la XVI SEIEM. Queda encargado de su elaboración el Coordinador del Comité Local, Dr. Antonio Estepa.

Informaciones generales de otras instituciones (vocal responsable, David Arnau, se puede pedir colaboración a socios de la SEIEM, miembros de comisiones o socios de otras Sociedades)

**Convenio con Portugal**

Se escribirá a la presidenta de SIEM para comunicar que hay nuevo presidente y seguir ofreciendo la colaboración entre las dos sociedades.

**CEMAT y Conferencia de Decanos y Directores:**

Se ha escrito tanto al CEMAT como a la conferencia de Decanos y Directores notificando el cambio de presidente de la SEIEM.



**Encuentros Nacionales de Estudiantes de Matemáticas ENEM** (anual):

Se seguirá aportando la ayuda de 300€ y SEIEM encargará a alguno de sus miembros que imparta una conferencia.

**FESPM:**

Los presidentes de FESPM y de SEIEM han firmado un convenio de colaboración entre ambas Sociedades

**Ayudas a los Grupos de la SEIEM:**

Se insiste que los encuentros de los diferentes grupos tienen como finalidad ayudar en la realización de proyectos de investigación sobre los campos específicos del grupo. Y se recuerda que la ayuda a los grupos es sólo para los miembros de SEIEM:

Si las reuniones son de 2 grupos: 1500€

Si la reunión es de 1 grupo: 1000€

La vocal responsable de los grupos de la SEIEM, Nuria Climent, mandará un correo recordatorio a los coordinadores de grupo.

**Estructura del XVI SEIEM:**

Una conferencia inaugural y dos seminarios de investigación. Cada uno de estos seminarios será organizado por un coordinador y este será el máximo responsable del mismo asumiendo las siguientes funciones:

a. Antes de la exposición:

El papel del coordinador/a no es el de presentar una ponencia, se debe limitar a marcar las líneas directrices de las ponencias y vigilar que los ponentes cumplan con su trabajo.

b. En la exposición:

El coordinador/a hará una introducción que durará unos 5 minutos, presentará a los ponentes, controlará el tiempo de exposición y moderará el debate posterior.

SEIEM sólo se compromete a pagar los gastos de un autor/ponente de cada ponencia aunque la presenten varias personas. Además los ponentes de la misma ponencia sólo consumirán un período de tiempo.

c. Acuerdo de gastos:

Ponentes: hotel+desplazamiento+inscripción (lo paga la Coordinación Local del Simposio)

Junta Directiva: hotel+desplazamiento+inscripción (lo paga la Coordinación Local del Simposio y si no tiene dinero, lo paga la SEIEM)

Coordinadores de grupo: no se les paga, salvo que la Comisión Local tenga dinero para ello.

La Comisión Local del Simposio trabajará conjuntamente con la Coordinación del Congreso.

El formato de las Actas del Simposio deberá coincidir con el formato de la Revista

- En relación con las Actas de Jaén, se indica que los derechos de las comunicaciones son de los autores, se pondrá en las Actas en la contraportada (como en PME). Lo que supones es que los autores pueden usar sus comunicaciones y modificarlas para volverlas a publicar.

- La Dra. Carmen Azcárate ha informado de que D.<sup>a</sup> M.<sup>a</sup> Trigueros (Ed. Matemática, Santillana) buscaba alianza con Enseñanza de las Ciencias, hecho que no se ha llevado a cabo. Tampoco parece que pueda hacerse con la SEIEM. Quieren tener el apoyo formal de una sociedad. (Se animará a los socios para que publiquen en Educación Matemática).

### **3. Reorganización de la Junta Directiva.**

El vocal David Arnau se encargará de la difusión y comunicación de información de la SEIEM con otras instituciones, revisión de la web y de las encuestas de los simposios.

En relación con el “copyright” de las comunicaciones, el vocal responsable de las publicaciones de las investigaciones en la página web, Antonio Estepa insiste en los derechos de los autores de las tesis doctorales que se puedan publicar en la web de la Sociedad. Jordi Deulofeu y David Arnau indican que en la actualidad las tesis que se publican en Internet por las distintas universidades tienen ISBN.

Las Tesis Doctorales que no sean publicadas por sus correspondientes universidades se pueden publicar en la página web de la SEIEM, previa aceptación por escrito (se recuerda que Nuria Climent ya realizó un documento al efecto) mediante la firma de un contrato entre SEIEM y el autor/a.

### **4. Informe del XV Simposio de la SEIEM.**

#### **I. Informe del tesorero:**

Se ha realizado el resumen contable del XV Simposio a falta de la posible recepción de alguna subvención pendiente y de algún pago aplazado como la edición del CD del Simposio que se entregará en el XVI Simposio. El resumen contable se presentará en la próxima asamblea de la SEIEM.

#### **II. Sobre los cuestionarios de valoración del Simposio:**

Se analizan, debaten y valoran los resultados de los cuestionarios del XV Simposio, presentados por el vocal responsable David Arnau, y se le solicita que elabore un informe-resumen sobre los mismos con el fin de que sea publicado en el boletín.

### **5. Sobre la propuesta de la Revista de la SEIEM.**

Punto ya comentado en el informe del Presidente.

El presidente, Tomás Ortega, proseguirá los contactos con los autores del primer número de la Revista, falta por recibir el artículo de uno de los autores designados, pero ya está en marcha.

## 6. Decisiones sobre la XVI SEIEM

**Fechas:** Del 20 al 22 de septiembre de 2012

**Lugar:** Sede de la Universidad Internacional de Andalucía, Baeza. Universidad de Jaén

**Comité Científico:** Miembros de la Junta Directiva, coordinados por los Drs. Jordi Deulofeu y M. Carmen Penalva

**Coordinador Local:** Dr. Antonio Estepa (Universidad de Jaén)

### i. Temas de debate

A la luz de los resultados de los cuestionarios de valoración de los Simposios XIV y XV, y del análisis presentado por la vocal Nuria Climent en relación con la participación de los grupos de la SEIEM en los distintos Seminarios de los Simposios ya realizados, se debaten y se toman las siguientes decisiones:

#### Primer seminario: **Fines de la Investigación en Pensamiento Algebraico**

El objetivo de este seminario es centrar la atención de la SEIEM en las metas, objetivos y cuestiones de investigación de los trabajos de la SEIEM en el campo específico del Pensamiento Algebraico y sobre las aportaciones de estas investigaciones a la Educación Matemática. Por tanto, la finalidad no es contar una investigación específica, sino hacer una revisión sobre las investigaciones realizadas, sus consecuencias educativas y perspectivas de futuro en la investigación.

**Coordinadora:** Dra. Mercedes Palarea, Universidad de La Laguna

Ponentes: 2

#### Segundo seminario: **Aportaciones a la Investigación desde la Didáctica de la Matemática como Disciplina Científica**

El objetivo de este Seminario es hacer una revisión de las investigaciones del Grupo y señalar lo que aportan a la investigación en Educación Matemática. Por tanto, la finalidad no es contar una investigación específica, sino hacer una revisión sobre las investigaciones realizadas y sus implicaciones en la investigación educativa, así como mostrar perspectivas de futuro para la investigación en Educación Matemática.

**Coordinador:** Dr. Josep Gascón, Universitat Autònoma de Barcelona.

Ponentes: 2

### ii. Comunicaciones

Se debate sobre las características de las comunicaciones y el proceso de arbitraje.

Se seguirán las directrices de los Simposios anteriores. Responsables de la organización, las personas del Comité Científico.

Se fijan las fechas:

La fecha límite para la recepción de las comunicaciones será el 15 de Marzo de 2012.

La notificación de la aceptación, aceptación con modificaciones o rechazo de las comunicaciones se realizará hasta el 15 de Mayo de 2012.

El Coordinador del Comité Local, Antonio Estepa, presenta un borrador de propuesta de gasto para el XVI Simposio. Explica, entre otros, que uno de los conceptos más caros será la edición de las actas, que hay posibilidad de alojamiento económico en la Sede de la Universidad Internacional de Andalucía (UIA), y que están previstas visitas culturales a Úbeda y Baeza.

Se decide que los miembros de la Junta Directiva, ponentes e invitados al Simposio se hospedarán en la sede de UIA, y que se soliciten subvenciones para recibir más ayuda económica para el desarrollo del Simposio.

El primer anuncio del XVI Simposio se realizará en el boletín de diciembre.

#### **7. Boletín de diciembre de 2011:**

Se comenta sobre los posibles temas y elaboración de los mismos:

- a) Editorial
- b) Acta Asamblea General (septiembre 2011)
- c) Acta de la Junta Directiva de noviembre de 2011
- d) Información del XV Simposio. Ciudad Real.
- e) Primer anuncio del XVI Simposio. Baeza 2012.
- f) Grupos de Trabajo.
- g) Investigación (tesis, trabajos de DEA y proyectos).

#### **8. Ruegos y preguntas.**

David Arnau insiste en las ayudas para las actividades de los Grupos de la SEIEM. Se recuerda el fin de las mismas.

Nuria Climent lo recordará a los coordinadores de Grupo.

Tomás Ortega comenta sobre el trabajo que realiza la web-master de la SEIEM y la gratificación que percibe. Se acuerda un aumento anual de 100€ (50+50)

Siendo las 14:00 h. y, no habiendo más asuntos que tratar, se da por finalizada la reunión. Madrid, 28 de noviembre de 2011.

La Secretaria: M. Carmen Penalva Martínez

Vº Bº El Presidente: Tomás Ortega del Rincón.

## 4. Valoración del XV SEIEM. Ciudad Real 2011

El cuestionario de valoración de los asistentes al XV Simposio de la SEIEM celebrado en Ciudad Real fue contestado por el 29,29 % del total de asistentes.

La conferencia y los seminarios de investigación obtuvieron una puntuación alta. La conferencia plenaria, que tuvo por título “La Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática quince años después”, obtuvo una media de 3,14 sobre 4. El seminario de investigación I, dedicado a “Métodos de investigación en educación matemática”, obtuvo una puntuación media de 3,07 (las puntuaciones medias de los ponentes oscilaron entre 2,95 y 3,14). El seminario de investigación II, dedicado a “La investigación en educación matemática en diferentes niveles”, obtuvo una media de 3,15 (las puntuaciones medias de los ponentes oscilaron entre 2,66 y 3,50).

Las comunicaciones generales, obtuvieron una puntuación media de 3,06 sobre 4. Sin embargo, se valoró su calidad con un 2,89 y las discusiones que se generaron a continuación con un 2,83 de media. Las comunicaciones en los grupos obtuvieron una valoración media de 3,27.

Por lo que respecta a cuestiones de organización del XV Simposio, la valoración de los espacios de trabajo, comunicación de la información, actividades complementarias, calidad hoteles y relaciones con la organización obtuvieron puntuaciones medias que oscilaron entre el 3,00 y el 3,53. La valoración de la asamblea general de la SEIEM bajó un poco en relación con el resto de puntuaciones, sin duda, debido a la cantidad de temas tratados y a la escasez de tiempo para tratar debidamente el documento de la revista.

La valoración general del XV Simposio fue alta, situándose en una media de 7,37 sobre un máximo posible de 10.

En otro orden de cosas, manifestaron ciertas opiniones sobre los seminarios de investigación. Destacan las temáticas que sugirieron y el excesivo número de ponentes que intervienen en los mismos, y que, en ocasiones, el coordinador del Seminario se convierte en otro ponente y, entonces, se convierte en una sesión bastante pesada.

## 5. Información del XVI Simposio de la SEIEM. Baeza (Jaén) 2012



### XVI Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática

(XVI SEIEM)

PRIMER ANUNCIO

#### DATOS GENERALES

**Página Web del XVI Simposio:** <http://www.seiem.es>

**Fechas del Simposio:** Del 20 al 22 de septiembre de 2012

**Lugar:** Sede de la Universidad Internacional de Andalucía en Baeza (Jaén)

**Organiza:** Departamento de Didáctica de las Ciencias. Universidad de Jaén.

**Comité Científico:**

*Coordinadores:*

- Dr. Jordi Deulofeu Piquet (Universidad Autónoma de Barcelona)
- Dra. M. Carmen Penalva Martínez (Universidad de Alicante)

*Vocales:*

- Dr. Tomás Ortega del Rincón (Universidad de Valladolid)
- Dra. Nuria Climent Rodríguez (Universidad de Huelva)
- Dr. Antonio Estepa Castro (Universidad de Jaén)
- Dr. David Arnau Vera (Universidad de Valencia)

*Coordinador local:*

Dr. Antonio Estepa Castro (Universidad de Jaén)  
Departamento de Didáctica de las Ciencias. Universidad de Jaén  
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación  
Campus de "Las Lagunillas" s/n  
23071 Jaén  
Tfno. (34)953 212 390  
Fax. +34 953 21 19 75  
e-mail: [aestepa@ujaen.es](mailto:aestepa@ujaen.es)

Secretaría del Departamento de Didáctica de las Ciencias

Tfno.: +34 953 21 18 79  
Fax: +34 953 21 19 75

**Comité local:**

- Dr. Antonio Estepa Castro. Departamento de Didáctica de las Ciencias. Universidad de Jaén
- Dr. Ángel Contreras de la Fuente. Departamento de Didáctica de las Ciencias. Universidad de Jaén
- Dr. Francisco Javier García García. Departamento de Didáctica de las Ciencias. Universidad de Jaén
- Dra. Lourdes Ordóñez Cañada. Departamento de Didáctica de las Ciencias. Universidad de Jaén
- Dr. Manuel García Armenteros. Departamento de Didáctica de las Ciencias. Universidad de Jaén

**Sede del Simposio:**

Universidad Internacional de Andalucía (UNIA).  
Sede Antonio Machado  
Plaza Santa Cruz, S/N  
23440 Baeza  
Tfno.: +34 953 742 775

**PROGRAMA CIENTÍFICO**

El programa científico incluye las siguientes actividades que serán todas desarrolladas en la sede oficial del Simposio:

**Seminarios de investigación**

1. Aportaciones a la Investigación desde la Didáctica de la Matemática como Disciplina Científica
2. Fines de la Investigación en Pensamiento Algebraico

**Presentación de comunicaciones**

Las comunicaciones deberán ser trabajos originales, y no estar previamente publicados, presentando resultados avanzados sobre un tema de investigación. Para su aceptación los trabajos serán sometidos a un proceso de revisión anónimo realizado, en primera instancia, por dos especialistas en las distintas líneas de investigación.

Para la publicación en la Actas de un trabajo aceptado deberá estar inscrito en el Simposio al menos uno de los autores.

**Reuniones de los grupos de investigación**

Se prevé celebrar dos sesiones de trabajo de los Grupos de Investigación de la SEIEM, procurando no simultanear las sesiones de los grupos de contenido genérico (Didáctica de la Matemática como Disciplina Científica (DMDC), Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor (CDPP), Investigación en Historia de las Matemáticas (HEM) e Investigación

en Educación Matemática Infantil (IEMI)), con las sesiones de los grupos de contenido específico (Aprendizaje de la Geometría (AG), Didáctica del Análisis (DA), Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria (DEPC) y Pensamiento Numérico y Algebraico (PNA)).

Las sesiones de los Grupos de Investigación estarán encaminadas a debatir trabajos en curso en el seno del Grupo y a la planificación de actividades para el próximo curso.

## ACTIVIDADES SOCIALES

Las actividades sociales, están pendientes de definir. Se espera la respuesta de las autoridades universitarias, autonómicas y locales.

## COMUNICACIONES

### Tipos de comunicaciones

Los trabajos que pueden proponerse como Comunicaciones pueden ser:

- Informes sobre estudios empíricos (observacional, etnográfico, experimental, cuasi-experimental y estudios de casos)
- Ensayos teóricos, históricos o epistemológicos.

Las propuestas de comunicaciones serán revisadas por dos investigadores competentes en el tema propuesto. Al estilo del PME habrá unos criterios para los estudios estrictamente teóricos y otros para los experimentales.

Los revisores de las propuestas de comunicaciones valorarán de manera especial: el marco teórico y la bibliografía relacionada, la metodología, descripción y discusión de resultados, claridad de la redacción y estructura del trabajo, y la relevancia del tema para la Didáctica de la Matemática.

Igualmente se valorará las referencias a las publicaciones de la SEIEM.

### Envío de Comunicaciones

Las propuestas de Comunicaciones deberán ser enviadas mediante correo electrónico al Comité Científico [comitecientifico@seiem.es](mailto:comitecientifico@seiem.es). Los Coordinadores del Comité Científico del XVI SEIEM, se harán cargo de organizar la fase de arbitraje.

### Calendario

Se establece el siguiente calendario:

La fecha límite para la recepción de las comunicaciones será el 15 de Marzo de 2012.

La notificación de la recepción de la comunicación será inmediata.

La notificación de la aceptación, aceptación con modificaciones o rechazo de las comunicaciones se realizará una vez finalizado el proceso de arbitraje antes del 15 de Mayo de 2012. Cuando haya discrepancias entre los árbitros se procederá a solicitar un tercer arbitraje, en cuyo caso el plazo de respuesta puede demorarse.



Los autores, en su caso, realizarán las oportunas modificaciones y enviarán la versión definitiva a los coordinadores del Comité Científico en el plazo de 15 días.

El Comité Científico en pleno será, en último término, quien tome la decisión sobre la publicación o no de los trabajos presentados; también podrá recomendar, en su caso, que ciertos trabajos sean presentados en las reuniones de los Grupos.

### **Guía para la preparación de Comunicaciones**

Las propuestas de comunicaciones deberán reunir los siguientes requisitos:

1. La comunicación tendrá una extensión máxima de VEINTE MIL CARACTERES, incluyendo referencias, figuras y apéndices. El autor, si así lo estima necesario, puede hacer una versión más extensa y distribuir copias de dicha versión a las personas interesadas durante el Simposio.
2. El título de la comunicación se escribirá en mayúsculas, debajo el autor o autores y el lugar de trabajo, todo ello centrado en la página. El título irá en castellano e inglés.
3. El nombre del autor que presenta la comunicación irá subrayado.
4. A lo largo del texto no deben aparecer referencias a los autores.
5. Se comenzará el artículo con un resumen de un máximo de 10 líneas, a espacio simple, en letra cursiva. Debajo se incluirá la traducción al inglés del resumen.
6. Se indicarán cinco palabras clave, en castellano e inglés.
7. La estructura de la comunicación y las referencias bibliográficas, se deben elaborar según las normas APA
8. Se utilizará el tipo de letra Times New Roman, tamaño 12, interlineado sencillo, espaciado de párrafos anterior y posterior de 6 puntos, sin sangrados de párrafos, justificado a ambos lados.
9. El archivo escrito se enviará en formato MS Word para Windows XP.
10. En el mensaje de remisión se indicará el tipo de investigación, nivel educativo y línea de investigación en que se clasifica la comunicación.

### **Edición de Actas**

Se editarán las Actas del Simposio, incluirán las ponencias presentadas en los seminarios de investigación y las comunicaciones aceptadas. Es necesario respetar los plazos establecidos en el calendario de comunicaciones para que sea posible la edición de Actas en la fecha prevista.

## **ALOJAMIENTO**

### **RESERVA DE HOTEL**

La Organización establecerá acuerdos con distintos hoteles de la ciudad de Baeza, ofreciendo tarifas especiales para asistentes y acompañantes. También se indicará la duración del recorrido andando desde los distintos hoteles a la sede del Simposio.

La sede de la UNIA, lugar de celebración del Simposio, tiene habitaciones a disposición de los asistentes y a unos precios más económicos.

En el Segundo anuncio se indicará toda la información relativa al alojamiento y el modo de contratar alojamiento en la sede de la UNIA.

### **FORMA DE PAGO**

El Pago se efectuará directamente por el cliente al hotel.

El costo de las habitaciones reservadas en la sede de la UNIA se ingresará en la cuenta de la SEIEM, cuando se abone la inscripción y en ingreso distinto al de la inscripción.



## BOLETÍN DE INSCRIPCIÓN XVI SIMPOSIO DE LA SEIEM

**Nombre y apellidos:**

**Universidad:**

**Dirección postal:**

**Teléfono:**

**Correo electrónico:**

**Domicilio y teléfono particular:**

Marque el grupo o grupos de trabajo en que está interesado participar:

Aprendizaje de la Geometría	
Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor	
Investigación en Historia de las Matemáticas y Educación Matemática	
Investigación en Educación Matemática Infantil	
Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria	
Didáctica del Análisis	
Didáctica de la Matemática como Disciplina Científica	
Pensamiento Numérico y Algebraico	

Envíe por correo ordinario o fax, el boletín de inscripción, junto con una copia del resguardo de ingreso a la Secretaría del XVI Simposio:

Dr. Antonio Estepa Castro (Universidad de Jaén)  
Departamento de Didáctica de las Ciencias. Universidad de Jaén  
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación  
Campus de "Las Lagunillas" s/n  
23071 Jaén  
Tfno. (34)953 212 390  
Fax. +34 953 21 19 75  
e-mail: [aestepa@ujaen.es](mailto:aestepa@ujaen.es)

La Cuota de Inscripción deberá ser ingresada en la cuenta de la SEIEM:

Caja España. 2096.0116.63.3114811704

**Cuotas de Inscripción (hasta 30-06-2012):**

ASISTENTE	CUOTA(€)
Socios de la SEIEM y Sociedades con convenio	90
No socios	120
Jubilados	60
Alumnos de doctorado (con la justificación de matrícula o de su tutor)	45

**Cuotas de inscripción (a partir del 01-07-2012):** Las cuotas se incrementarán en 30€ fuera de la fecha límite de inscripción al simposio en todos los casos.

## 6. Grupos de Trabajo

### 6.1. Pensamiento Numérico y Algebraico (PNA)

**Coordinador:** *José Luis Lupiáñez* (Universidad de Granada).

Durante el XV Simposio de la SEIEM, en Ciudad Real, el Grupo Pensamiento Numérico y Algebraico celebró un seminario de investigación durante dos sesiones los días 8 y 9 de septiembre, organizado por David Arnau, Marta Molina y Jose Luis Lupiáñez. En este seminario se presentaron y discutieron nueve trabajos realizados por investigadores de las universidades de Almería, Castilla La Mancha, Córdoba, Granada, Málaga y Valencia. A cada una de las sesiones asistieron alrededor de 30 compañeros de varias universidades españolas. Los trabajos presentados fueron los siguientes:

#### **1. Pensamiento multiplicativo en los primeros niveles. Una tesis en marcha** (M<sup>a</sup> Asunción Bosch, Encarnación Castro e Isidoro Segovia)

En los últimos años, la investigación en matemática temprana ha experimentado un fuerte empuje, y el estudio de tópicos como el razonamiento multiplicativo o proporcional, que antes se enfocaba en niños mayores, se ha extendido a niños más pequeños. Nuestro trabajo trata de avanzar en el conocimiento sobre el pensamiento multiplicativo y relacional en niños de entre 4 y 6 años, en un contexto de resolución de problemas.

Concretamente, mediante la propuesta de problemas de división que no puedan ser resueltos mediante un reparto, y el planteamiento de cuestiones sobre proporcionalidad asociadas a dichos problemas. Los análisis de los datos pretenden extraer información tanto de lo que hacen los niños y cómo lo hacen (logros alcanzados y estrategias utilizadas), así como de lo que dicen (argumentaciones y verbalizaciones realizadas). Estamos obteniendo interesantes evidencias de pensamiento multiplicativo y proporcional en los niños desde 4 años, en su resolución de las distintas tareas planteadas. Seguimos trabajando al respecto.

#### **2. La fenomenología de las fracciones: un estudio con maestros en formación** (Elena Castro y Luis Rico)

En este trabajo presentamos la fenomenología de la relación parte-todo en el estudio de las fracciones. Abordamos esta noción debido a su contribución al significado del concepto de fracción. Para ello describimos cuáles son los fenómenos para los que la relación parte-todo es el medio de organización y qué relación tiene dicho concepto con esos fenómenos. Además mediante la invención de problemas estudiamos desde un planteamiento empírico el dominio conceptual que tienen los maestros en formación inicial sobre la fenomenología de la relación parte-todo. El análisis realizado ha contemplado la categorización de respuestas y ha hecho emerger relaciones entre los distintos fenómenos presentes en las producciones de los participantes.

#### **3. Errores en la traducción de enunciados algebraicos en la construcción de un dominó algebraico** (Susana Rodríguez, Marta Molina, María C. Cañadas y Encarnación Castro)

Presentamos una investigación cuyo objetivo principal es indagar sobre la capacidad de los estudiantes de educación secundaria para traducir y relacionar enunciados algebraicos presentados en los sistemas de representación simbólico y verbal. La recogida de datos se realizó con 26 estudiantes de 4º de ESO a los que se propuso la construcción de un dominó algebraico, diseñado para esta investigación, y su posterior uso en un torneo. Presentamos aquí un análisis de los errores cometidos en dichas traducciones. Entre los resultados obtenidos, destacamos que los estudiantes encontraron mayor facilidad al traducir enunciados de su representación simbólica a su representación verbal, lo cual puede ser aprovechable para el estudio del álgebra escolar.

#### **4. Interpretación de diagramas en términos de enunciados verbal y su traducción algebraica** (Fany González y Enrique Castro)

La importancia de los diagramas en la resolución de problemas ha sido reconocida por la comunidad de educadores e investigadores en Educación Matemática. El uso de diagramas ha sido resaltado como un heurístico para la resolución de problemas y como una estrategia eficaz de resolución. Investigaciones previas han mostrado que los diagramas facilitan la solución de los problemas matemáticos porque representan la información y la estructura del problema. Aunque también hay autores que afirman que los diagramas son útiles para algunos estudiantes, pero que otros estudiantes no son capaces de reconocer la estructura de un problema en un diagrama, y que es mejor que los inventen los propios estudiantes. Pensamos que es conveniente conocer qué tipo de estructura conceptual asocian los estudiantes a los diagramas para conocer mejor su función en la resolución de problemas. Para ello, en este trabajo analizamos las respuestas dadas por estudiantes de educación secundaria a la traducción de dos diagramas (que presuponemos son de comparación) a enunciado verbal y ecuación. Los resultados muestran una diversidad de interpretaciones para un mismo diagrama.

#### **5. Actuaciones de estudiantes de secundaria cuando resuelven problemas de edades en el entorno de la hoja de cálculo** (Joaquín Arredondo, David Arnau y Luis Puig)

La intención fundamental de nuestro estudio era acumular evidencias sobre la aparición de una estrategia espontánea de resolución de los problemas de edades en la hoja de cálculo después de que se hubiera instruido a los estudiantes en la resolución algebraica en dicho entorno. Esta estrategia, a la que en Arnau (2010) se le dio el nombre de líneas de vida, consistía en generar una secuencia con las posibles edades de una persona a partir de la edad actual que se daba como dato. Con este fin se instruyó a un grupo de 23 estudiantes de segundo curso de secundaria en el método de la hoja de cálculo como vía de resolución algebraica de problemas verbales, modificando la selección de problemas de edades para incluir situaciones en las que considerábamos más improbable la aparición de esta estrategia espontánea (p. e. evitando ofrecer las edades actuales como dato). En esta comunicación presentamos un análisis de los resultados que ponen de manifiesto que los estudiantes son capaces de utilizar el método algebraico de resolución en que se les ha instruido; pero que, cuando resuelven problemas de edades en la hoja de cálculo, recurren a las líneas de vida.

También mostraremos en qué casos no aplican esta estrategia espontánea de resolución y cómo la modifican para adaptarla a las distintas situaciones incorporadas a la investigación.

**6. Dificultades de estudiantes de sexto de primaria en la resolución algebraica de problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo** (José Antonio González-Calero, David Arnau y Luis Puig)

En esta comunicación presentamos algunos resultados derivados de una investigación realizada con estudiantes de sexto curso de primaria (11-12 años) en la cual se abordó la enseñanza de la resolución algebraica de problemas verbales aritmético-algebraicos en el entorno de la hoja de cálculo. El principal objetivo del estudio era evaluar si la hoja de cálculo podría constituir un precursor en la enseñanza de la resolución algebraica de problemas. En esta comunicación describimos resumidamente las etapas y características de la investigación, así como los resultados obtenidos. Dedicaremos el núcleo de la comunicación a mostrar, mediante el análisis de un estudio de casos, algunas de las dificultades reveladas por los estudiantes a la hora de resolver problemas de forma algebraica mediante el método de la hoja de cálculo. En concreto, mostraremos ejemplos de la dificultad que presentan estos estudiantes para operar con lo desconocido.

**7. El proyecto PISA en la investigación en educación matemática. Un análisis en la base de datos SCOPUS** (Natividad Adamuz, Noelia Jiménez, Alexander Maz, Isidoro Segovia y Jose Luis Lupiáñez)

Se presenta una síntesis de la investigación llevada a cabo para el Trabajo Fin de Máster en Didáctica de la Matemática, de la Universidad de Granada, en la que se analiza la producción en investigación en Educación Matemática relacionada con el proyecto PISA a través de la evaluación de artículos publicados en revistas indexadas en la base de datos SCOPUS durante un periodo de 30 años (1980-2009). Lo que se pretende con este trabajo es explorar, analizar y describir los posibles vínculos entre los estudios PISA y la investigación en Educación Matemática. La cienciometría y las técnicas bibliométricas nos proporcionaron las herramientas adecuadas para llevarlo a cabo. Una de las conclusiones que se han extraído de este estudio es que la base de datos SCOPUS indexa revistas con un alto factor de impacto y las investigaciones en aspectos relacionados con PISA no están muy presentes en este tipo de revistas. Esto nos lleva a que una vía de continuación de este estudio sería centrar el análisis en otras fuentes de información como son las actas de congresos y libros específicos. Por otro lado también se ha detectado que no hay un consenso entre los términos clave que los autores de nuestra muestra especifican en sus artículos y los descriptores PISA aportados por los expertos, esto puede deberse tanto a una falta de claridad de cuáles son estos descriptores o a una posible pérdida de pluralidad de significados en las sucesivas traducciones que se hacen a lo largo de las investigaciones.

**8. Un ejemplo de uso del análisis secuencial en la investigación de resolución de problemas en educación matemática** (Antonio Codina, María C. Cañadas y Enrique Castro)

En este trabajo describimos la implementación del análisis secuencial, como una técnica novedosa en Educación Matemática, en un contexto de resolución de problemas de optimización matemática para describir el proceso de resolución y la influencia de la interactividad con una i-actividad cuando parejas de resolutores abordan un problema de optimización. Partiendo de la metodología observacional, se definen dos conjuntos Exhaustivos y Mutuamente Excluyentes (EME) que caracterizan: (a) el proceso de resolución y los distintos episodios durante la resolución de problemas y (b) los procesos de interactividad con la i-actividad. El análisis secuencial nos permite obtener estadísticos básicos que caracterizan el proceso de resolución general, así como medidas del trabajo en paralelo, de continuidad y de traslación en el desempeño; grafos de transiciones y cómo, cuántas y en qué orden se producen. Añadido a ello, el empleo de la técnica de coordenadas polares nos relaciona globalmente los episodios y el carácter excitatorio o inhibitorio entre ellos, tanto en la perspectiva prospectiva como en la retrospectiva. Finalmente se relaciona la influencia de la interactividad con el proceso de resolución del problema.

## **9. Comprensión del sistema de numeración decimal en estudiantes del grado de maestro de educación primaria** (Antonio Luis Ortiz, José Luis González y Jesús Gallardo).

Tener un buen nivel de comprensión y dominio del conocimiento matemático elemental es, sin lugar a dudas, una condición necesaria, aunque no suficiente, para que un Maestro de Educación Primaria desarrolle su labor profesional con garantías. Pero la comprensión que manifiestan los estudiantes para maestros al comienzo de sus estudios sobre la mayoría de los contenidos matemáticos elementales suele ser limitada, defectuosa y difícil de modificar con los planes de formación actuales y en el corto espacio de tiempo disponible. En estas condiciones cabe preguntarse, ¿qué y cómo puede enseñar un Maestro sobre un contenido matemático que no domina satisfactoriamente?; ¿se han de conocer y tener en cuenta dichas carencias y limitaciones para planificar la formación inicial? En el presente trabajo se exponen los aspectos fundamentales de un estudio exploratorio realizado sobre la comprensión que manifiestan los futuros maestros del nuevo Grado de Primaria acerca de los sistemas de representación numérica, los errores que cometen y las estrategias que utilizan. Los primeros resultados ponen de manifiesto que la mayoría de los alumnos inician su formación profesional con un dominio meramente técnico, limitado y con lagunas de comprensión importantes.

Al término de la segunda sesión, Luis Puig informó de la próxima reunión del ICME en Corea en el que él coordina un grupo de trabajo sobre aprendizaje y enseñanza del álgebra e invitó a los asistentes a enviar propuestas. La información aparece en la página <http://www.uv.es/puigl/tsg09icme12.html>.

El coordinador informó de la publicación de las actas del Seminario “Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática”, celebrado en Granada entre el 17 y el 19 de febrero de 2011. Estas actas están disponibles en la página del Grupo Pensamiento Numérico y Algebraico <http://www.seiem.es/gruposdetrabajo/pna.htm>.

También se anunció que la próxima reunión del Grupo tendrá lugar en Valencia, entre

marzo y abril de 2012, y que el comité local de organización lo componen David Arnau y Bernardo Gómez.

Finalmente, el coordinador recordó la importancia de inscribirse como socio en la SEIEM, para poder participar en las actividades que organizan los diferentes Grupos de Investigación.

## 6.2. Didáctica del Análisis (DA).

**Coordinador:** *Ángel Contreras de la Fuente* de la Universidad de Jaén (en el simposio de septiembre de 2011 se eligió como nueva coordinadora a Mar Moreno, Universitat de Lleida).

Las actividades que se describen corresponden a las realizadas por los miembros del Grupo en el XV Simposio celebrado en Ciudad Real del 7 al 9 de septiembre de 2011.

El Grupo tuvo dos sesiones dentro del Simposio, los días 8 y 9 de septiembre, en las que se expusieron y debatieron tres trabajos.

Primeramente, el profesor Juan Francisco Ruiz realizó una exposición de la comunicación titulada “Significados del concepto de límite puestos de manifiesto por estudiantes de bachillerato. Análisis conceptual de términos clave”, de los profesores José Antonio Fernández, Luis Rico y Juan Francisco Ruiz. El resumen de la misma es el siguiente: “En este trabajo exponemos algunos resultados de un estudio empírico llevado a cabo con estudiantes de bachillerato, referidos a los distintos usos que los estudiantes realizan de aquellos términos que describen ciertas propiedades del concepto de límite como son «aproximar», «tender», «alcanzar», «rebasar», «límite» y otros similares. Se ha realizado un análisis conceptual de dichos términos que ha proporcionado un marco interpretativo para mostrar los significados que los estudiantes asocian a los términos clave utilizados en sus respuestas”. La exposición duró 20 minutos y durante los 10 minutos posteriores se debatieron aspectos del trabajo entre los autores y los miembros del grupo.

En segundo lugar, se efectuó la exposición de la comunicación titulada: “Procesos infinitos inherentes a la integral definida”, de los profesores Tomás Ortega y Astrid Cuida. El resumen de la misma es el siguiente: “La motivación que nos ha impulsado a desarrollar este estudio surge de un problema que nos encontramos en las aulas de las instituciones de educación superior: la dificultad que tienen los estudiantes para comprender el concepto de integral definida. En realidad, la mayoría de los estudiantes no llegan a adquirir una comprensión real del concepto de integral definida, y, en el mejor de los casos, se conforman con desarrollar habilidades y técnicas formales para solucionar los problemas de esta materia que se les plantea resolver, y nosotros pensamos que puede ser debido a la incomprensión de los procesos infinitos asociados. Este es el primer trabajo de investigación que presentamos y nuestro propósito es indagar las dificultades que tienen los alumnos en la comprensión de los procesos infinitos y, por ende, en el concepto de Integral Definida. Nuestra propuesta es investigar en qué medida se puede atribuir esta dificultad a una deficiente comprensión que pueden tener los estudiantes de los procesos infinitos inherentes a la integral definida. Para tal fin, se hace necesario determinar el significado del concepto proceso infinito en el contexto de la integral definida, investigar la relación entre los procesos infinitos y el concepto de integral definida, determinar el grado de dificultad que suscita en los estudiantes la aplicación de los procesos infinitos en el desarrollo del concepto de integral y determinar el tipo



de problemas que se relacionan con el manejo de los procesos infinitos. Nuestra hipótesis inicial es que la idea matemática que permite entender de una manera profunda el concepto de integral definida, que a su vez justifica y permite un mejor desarrollo de las habilidades formales, es la introducción de la integral definida de Darboux a partir de los procesos infinitos inherentes a su construcción. Justamente los teoremas, propiedades y reglas asociadas a la Integral Definida (al igual que en la derivada) permiten aplicar resultados sin tener que recurrir al concepto propiamente dicho, que pasaría por tener en cuenta los procesos infinitos. En el presente trabajo se da cuenta y se hace referencia a los diferentes tipos de integral surgidos en la historia. Se adopta un marco experimental dado por Porres (2010) derivado de los actos de comprensión de Sierpinski y se presenta un pequeño estudio de exploración realizado con alumnos que cursaban la asignatura de análisis matemático en las carreras de Matemáticas y Física de la Universidad de Valladolid. Así mismo se analiza una entrevista realizada a los profesores de la asignatura. El trabajo continúa y el análisis de los datos anteriores nos ha permitido rediseñar los cuestionarios de los alumnos atendiendo a las reflexiones derivadas del estudio de los documentos. Este mismo año se ha experimentado con alumnos de la Universidad de Salamanca y se va a ampliar el estudio a Universidades de Colombia.” La exposición duró 20 minutos y durante los 10 restantes se debatieron aspectos relacionados con el trabajo por los autores y los miembros del Grupo.

El tercer trabajo, ya en la segunda sesión, fue expuesto por la profesora Josefa Perdomo y correspondió a la comunicación titulada: “Procesos cognitivos involucrados en la resolución de problemas”, de los profesores Matías Camacho, Manuel Santos y Josefa Perdomo. El resumen de la misma es el siguiente: “Los procesos cognitivos que los estudiantes utilizan durante la resolución de problemas matemáticos dependen del tipo de problemas planteado y del ambiente en que se resuelvan. En este sentido, existen evidencias de que los estudiantes reaccionan de manera diferente frente a problemas enunciados en un contexto puramente matemático y ante la resolución de problemas enunciados en un contexto no matemático (Camacho, Perdomo y Santos-Trigo, 2007; 2009).

Por otra parte, el proceso de resolución presentará características diferentes dependiendo del ambiente en que se desarrolle: con uso o no de tecnología, de forma individual o en grupos, etc. En este trabajo se presenta un análisis del proceso de resolución utilizado por un grupo de estudiantes de primer curso de la Licenciatura en Química frente a un problema planteado como parte de un módulo de enseñanza diseñado para la introducción del concepto de ecuación diferencial ordinaria, compuesto por tres problemas enunciados en un contexto no matemático que debían resolverse en parejas y en los que se podía hacer uso de la herramienta tecnológica Voyage™200”. La exposición duró 30 minutos y durante 15 minutos se debatieron aspectos relacionados con el trabajo por los autores y los miembros del Grupo.

Por último, el Coordinador del Grupo, Ángel Contreras, expuso que al llevar tres años en el cargo cree que corresponde dejar paso a otro compañero para esta labor. Después de unos minutos de intercambio de opiniones se propone de forma unánime a la profesora Mar Moreno para el cargo, la cual aceptó el mismo.

### 6.3. Conocimiento y desarrollo Profesional del Profesor (DPP).

**Coordinadora:** *Lourdes Figueiras* (Universidad Autónoma de Barcelona)

ENCUENTRO DEL GRUPO DE CONOCIMIENTO Y DESARROLLO PROFESIONAL DEL PROFESORADO EN EL XV SIMPOSIO DE LA SEIEM. CIUDAD REAL, 7, 8 Y 9 DE SEPTIEMBRE DE 2011

En el encuentro que el grupo llevó a cabo en Barcelona en febrero del año 2011, se había optado por impulsar en los simposios de la SEIEM el debate en profundidad de trabajos de investigación en curso. Además, se consideró interesante planificar alguna sesión de trabajo con carácter de taller en el que cobrara relevancia la discusión metodológica y de análisis de datos. De estos debates se preveía una reflexión conjunta que ayudara a los investigadores y directores en el desarrollo de sus investigaciones y que incidiera en una mayor cohesión de todos los participantes del grupo. Para garantizar que podría dedicarse tiempo suficiente a la discusión, se decidió que no se presentarían más de dos o tres trabajos.

Así pues, el primer paso desde la coordinación del grupo fue hacer una llamada para la presentación de trabajos de tesis, preferiblemente en el último año, y dirigidas por los miembros del grupo. El hecho de que las tesis se encontraran lo suficientemente avanzadas permitiría centrar el debate en la discusión de los datos y los resultados. Finalmente hubo cuatro peticiones, aunque todas ellas de tesis doctorales en su comienzo. Se seleccionaron dos teniendo en cuenta que no fueran de la misma universidad, que tuvieran marcos teóricos y metodológicos diferentes y cuyo problema de investigación sintonizara claramente con los objetivos y los intereses del grupo. Es probable que en el futuro estos criterios no sean suficientes para poder seleccionar únicamente dos trabajos y que sea necesario establecer nuevos.

#### **Avance de tesis doctorales**

Se presentó el trabajo de Janette Vargas, de la universidad de Salamanca titulado “Análisis de la práctica del docente universitario de precálculo. Estudio de casos en la enseñanza de las funciones exponenciales”. La tesis está dirigida por la profesora María Teresa González, de la Universidad de Salamanca y el profesor Salvador Llinares, de la Universidad de Alicante. En palabras de la autora: “Esta investigación busca responder a la pregunta *¿Cómo guía el docente la construcción de la función exponencial con estudiantes de precálculo?* Para ello se plantea una propuesta de descomposición genética del concepto función exponencial, luego se describe y analiza la práctica del docente sobre la función exponencial integrando el constructo de modelación de descomposición genética (Gavilán, 2005/2010)<sup>1</sup> e identificando cómo usa y justifica el docente los modos de representación simbólica y gráfica y los elementos matemáticos del concepto función exponencial.”

Se presentó a continuación el trabajo de Nielka Rojas, “Caracterización del Conocimiento Matemático de profesores de Educación Primaria y Secundaria”. La tesis está dirigida por los profesores Pablo Flores, de la Universidad de Granada, y José Carrillo, de la Universidad de Huelva. La investigación, de nuevo en palabras de su autora, “centra su interés en caracterizar el conocimiento para la enseñanza de las matemáticas que tienen los profesores

---

<sup>1</sup>Gavilán, J.M. (2005/2010) *El papel del profesor en la enseñanza de la derivada. Análisis desde una perspectiva cognitiva*. Tesis doctoral. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Sevilla. Publicada en 2010 por Edición Digital @tres, S.L.L

de educación primaria y secundaria, especialmente aquellos profesores que a través de la experiencia y el continuo aprendizaje han desarrollado una comprensión más profunda de las matemáticas elementales. Nos centramos en el conocimiento profesional de los profesores de matemáticas y en cómo este conocimiento se pone en juego al enseñar una unidad de enseñanza referida a los Números Racionales. La investigación se enmarca en una perspectiva interpretativa y su diseño corresponde al estudio de caso (Cohen y Manion, 1990)<sup>2</sup>.

El avance de las dos tesis presentadas se expuso en la primera reunión del grupo, de dos horas de duración. Cada uno de ellos contó con diez minutos para la presentación y se pidió a cada uno de los autores que lanzaran al grupo dos cuestiones concretas para el debate. Los asistentes eligieron uno de los trabajos alrededor de los cuales debatir junto con el doctorando y sus directores. Este formato nos permitió dedicar aproximadamente una hora a la discusión y el trabajo conjunto en pequeño grupo, algo que resultó muy bien valorado por todos los miembros del grupo.

#### **Discusión alrededor de problemas:**

Al grupo se le asignó una segunda franja de reunión de una hora y media de duración. Se había previsto la organización de un taller a cargo de la profesora Salett Bemingut, que en el último momento tuvo que suspenderse por imposibilidad de la ponente para asistir al simposio. La profesora Salett Bemingut, de la Universidad Pontificia de Rio Grande do Sul (PUCRS), en Brasil, propone el modelaje matemático como método de formación de los educadores de matemáticas una forma de recomponer parte del conocimiento sin significado adquirido en la trayectoria escolar. Sobre este sentido dado a la modelación matemática para la formación, la profesora Bemingut escribe: “El hecho es que, a pesar de las críticas y de las reestructuraciones, los cursos no propician formación consistente al futuro educador que le posibilite prácticas alternativas de acuerdo con la realidad sociocultural en que actuará. Dicho de otro modo, se siguen generando educadores que utilizan el libro de texto como práctica educativa, basado en la simple transposición de contenidos. De esta manera el futuro educador, al concluir el curso, aunque haya conocido nuevas propuestas metodológicas, el haberlo hecho bajo una enseñanza fragmentada sin establecer relaciones entre los diversos temas matemáticos, y entre estos y las demás áreas del conocimiento, le impiden descubrir salidas al sistema actual. ¿Cómo cambiar este hecho? Exponer un problema sin añadir posibles caminos para resolverlo no es suficiente. Es indispensable una preocupación ontológica, un esfuerzo para identificar la naturaleza del problema y resolverlo. Es el sentido de la Educación: proveer a los educadores de conocimiento que les permita asegurar condiciones adecuadas para él y sus alumnos y, al mismo tiempo, valorar y respetar las expresiones de la cultura social que heredó y la que vendrá. Eso es lo que estamos intentando hacer en nuestras.”

El espacio destinado a esta sesión, prevista en formato de taller, se puso a disposición del grupo por si alguien tenía interés en mostrar datos de investigación sobre los cuales quisiera debatir o trabajar. Finalmente, la temática se dirigió al análisis de problemas de matemáticas contextualizados en diferentes niveles educativos, en los que se relacionaba el conocimiento matemático (avanzado) del profesorado con la práctica. Lejos de la trivialidad que supone

---

<sup>2</sup>Cohen, L. y Manion, L. (1990). Estudio de casos. En *Métodos de Investigación Educativa* (pp. 163-195). Madrid: Editorial. La Muralla S.A.

afirmar que ha de tenerse un sólido conocimiento de la matemática para avanzar, se pidió al grupo que, divididos en diferentes subgrupos, se concentraran en el análisis de un único problema con el objetivo de discernir cómo teorizar sobre la relación entre el conocimiento matemático avanzado y el desarrollo profesional del profesor de matemáticas.

Una vez concluida la reunión del simposio, se hace preceptivo un pequeño espacio para la autocrítica: Se consiguió sin duda el objetivo de debatir y de poder reflexionar en conjunto sin preocuparse excesivamente por el tiempo. Faltó, sin duda, coordinar la recogida sistemática de las conclusiones que pudieran derivarse del desarrollo de ambas sesiones y que pudieran estimular aún más el trabajo conjunto en el futuro. Queda mucho trabajo por hacer y está en la mente de muchos la organización de nuestro próximo encuentro previo al Simposio de Jaén que anunciaremos próximamente.

#### 6.4. Aprendizaje de la geometría (AG).

**Coordinador:** *Enrique de la Torre* (Universidad de A Coruña)

En el XV Simposio de la SEIEM, celebrado del 7 al 9 de septiembre de 2011 en Ciudad Real, el grupo de Investigación en Aprendizaje de la Geometría tuvo dos sesiones de trabajo, los días 8 y 9 de septiembre.

Contamos con la presentación de tres ponencias, que fueron las siguientes:

**Análisis de experiencias de desarrollo del razonamiento deductivo en el contexto de geometrías planas con herramientas del enfoque ontosemiótico**, presentada por María Teresa Neto, de la Universidade de Aveiro, y Juan D. Godino, de la Universidad de Granada.

RESUMEN: Las actuales orientaciones curriculares del estudio de la Geometría, al nivel de enseñanza secundaria, van en el sentido de un abordaje diversificado que contribuya a la comprensión de la Geometría como sistema axiomático. Lo que se preconiza actualmente tal vez no sea suficientemente rico para abarcar aspectos importantes de la comprensión de lo que es un sistema axiomático, en lo que se refiere a aspectos relativos al desarrollo del razonamiento matemático (v.g., el sentido dado a situaciones familiares en modelos de geometrías planas diversas).

Esta comunicación presenta un análisis de experiencias, en el ámbito de la Didáctica de la Matemática, enfocadas al estudio de abordajes alternativos de la enseñanza y aprendizaje de la Geometría Euclidiana, en la enseñanza secundaria, en el sentido de promover niveles estructurados de pensamiento matemático. En particular, nos referimos a las potencialidades de recurrir a otros modelos de geometrías planas (v.g., Geometría Hiperbólica, Geometría del Taxista) que en relación a este problema fueran investigados.

La investigación realizada consistió en la implementación, en el aula, de una serie de tareas de geometría con el objetivo de generar algún entendimiento sobre la siguiente cuestión: ¿De qué forma otros modelos de geometrías planas, distintos de la Geometría Euclidiana, pueden ayudar a los estudiantes de enseñanza secundaria a desarrollar el razonamiento deductivo?

**Habilidades de visualización manifestadas por los alumnos con talento matemático en tareas geométricas,** presentada por Rafael Ramírez Uclés, Pablo Flores Martínez y Enrique Castro Martínez, de la Universidad de Granada.

RESUMEN: Presentamos un procedimiento para operativizar el registro de las habilidades de visualización puestas en juego por alumnos con talento matemático en tres sesiones de enriquecimiento curricular de contenidos geométricos. Este método permite determinar variables e indicadores para comprobar si el diseño de la intervención y la selección de actividades han motivado la manifestación de las habilidades de visualización y el análisis de los errores y las dificultades de su uso.

**El arrastre en Cabri-Géomètre: proceso de apropiación a partir de una secuencia de situaciones didácticas,** presentada por Ángela María Restrepo, de la Universidad de los Andes. Colombia.

RESUMEN: El arrastre es uno de los aspectos más importantes de la geometría dinámica. Durante años, el proceso de apropiación del arrastre se ha dado por hecho, pero las investigaciones han mostrado que su utilización y su apropiación necesitan una planificación y una introducción organizada. Para la mayoría de estudiantes, entender e interpretar los efectos obtenidos al arrastrar puede constituir una gran dificultad. Y aunque la geometría dinámica se utiliza en clase desde hace más de diez años, su integración en el aula no ha sido fácil. Muchos profesores aún utilizan la geometría dinámica para hacer dibujos precisos o para mostrar a los estudiantes la conservación de una propiedad.

Decidimos entonces estudiar la génesis instrumental del uso del arrastre (Trouche, 2000), las etapas de esa génesis, la influencia de las actividades en el proceso de apropiación del arrastre y sus diferentes usos por parte de los estudiantes. Para ello realizamos un estudio en clase con estudiantes de 11-12 años durante un año escolar. Diseñamos una serie de situaciones didácticas que requerían el uso de Cabri-Géomètre y que nos permitieron observar y caracterizar el proceso de apropiación del arrastre por parte de los alumnos. Identificamos algunas de las dificultades de los estudiantes y establecimos cuestiones que deben ser tenidos en cuenta en el momento de utilizar un software de geometría dinámica en clase.

Tras la exposición de cada una de las ponencias, los presentes plantearon a los autores cuestiones sobre el trabajo realizado y se ofrecieron ideas y orientaciones para profundizar en esas líneas de trabajo.

La versión definitiva de estas ponencias se podrá consultar próximamente en la sección de ‘Actividades’ de nuestra página web: <http://www.uv.es/aprenggeom>

Finalmente, como también se realizó el pasado año, se informó de que también este próximo año se intentará convocar una reunión de este grupo de Aprendizaje de la Geometría en la primera semana junio de 2012, en la sede del CIEM, en Castro Urdiales, con la colaboración de la Universidad de Cantabria.

Se informará de todo esto más adelante por medio de la lista de ‘aprenggeom’ (aprenggeom-l@lles.uab.cat).

## **6.5. Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria (DEPC).**

**Coordinador:** *José M<sup>a</sup> Cardeñoso* (Universidad de Cádiz).

Este informe se refiere únicamente a la actividad del encuentro en el XV Simposio en Educación Matemática, celebrado en la Universidad de Castilla-La Mancha, bajo el plan de trabajo de la Reunión Grupos de Investigación II, con el siguiente programa:

El Programa de la Sesión 1, celebrada el Jueves, 8 de Septiembre 2011, de 17h. a 18h., comienza por la Salutación y Presentación de los ponentes y participantes: Assunta Estrada, Paloma Gavilán Bouzas, Nordin Mohamed Maanan.

El Programa de la Sesión 2, celebrada el Viernes, 9 de Septiembre, 2011 de 12 h. a 13 h. 30 m; comienza por la Salutación y Presentación de los participantes: José M<sup>a</sup> Cardeñoso, José Miguel Contreras, María Magdalena Gea Serrano.

El encuentro se finaliza con la presentación y debate sobre las Propuestas de encuentro intermedio y Cuestiones de interés.

La comunicación de Nordin Mohamed Maanan Profesor Educación Secundaria, Melilla ([nordin.mohamed@gmail.com](mailto:nordin.mohamed@gmail.com)) y Juan Jesús Ortiz de Haro, de la Universidad de Granada, España ([jortiz@ugr.es](mailto:jortiz@ugr.es)), no pudo ser presentado por sus autores, haciendo partícipes a los asistentes de las ideas básicas la coordinación del grupo. Su ponencia lleva por título **Asignación de probabilidades en futuros profesores. Una perspectiva de género y cultural.**

En este trabajo presentamos los resultados de un estudio de evaluación del conocimiento y las creencias sobre probabilidad de futuros profesores. Para ello, analizamos las respuestas de 283 futuros profesores de educación primaria a dos problemas relacionados con la toma de decisiones, tomados de Fischbein y Gazit (1984), examinando el porcentaje de respuestas correctas y los argumentos utilizados por ellos, desde una perspectiva de género y cultural. Este estudio indica que la heurística de la representatividad, el efecto de recencia negativa, y una incorrecta percepción de la independencia de sucesos han podido influir en una errónea asignación de probabilidades. Concluimos con algunas implicaciones educativas que pueden ser tenidas en cuenta para mejorar la formación de profesores en el campo de la probabilidad.

La ponencia de la profesora Paloma Gavilán Bouzas, Profesora del Aula Hospitalaria de Guadalajara y Profesora de Universidad Alcalá de Henares, Dpto. de Matemáticas ([paloma.gavilan@uah.es](mailto:paloma.gavilan@uah.es)) lleva por título **Trabajando la estadística cooperativamente ¿Qué piensan los estudiantes?**

Para saber cómo piensan y aprenden los estudiantes lo mejor es preguntárselo a ellos y observarles. Esto es lo que hemos hecho en una clase de 3<sup>o</sup> ESO cuando están trabajando cooperativamente la parte de estadística. Los estudiantes experimentan los puntos fuertes y los débiles de este método de trabajo en el aula y analizan las razones por las cuales les parece efectiva esta forma de aprender.

Terminando la sesión se nos hizo partícipes de la última publicación de la autora Gavilán, P. y Alario, R. (2010). Aprendizaje cooperativo. Una metodología con futuro. Principios y aplicaciones. Madrid: Ed. C.C.S.

La ponencia de José A. Martins, Universidad de Trás-os-Montes e Alto Douro (UTAD), ([jasvm@ipg.pt](mailto:jasvm@ipg.pt)); María M. Nascimento, Centre of Mathematics of UTAD (Portugal), ([mmsn@utad.pt](mailto:mmsn@utad.pt)) y Assumpta Estrada, ([aestrada@matematica.udl.cat](mailto:aestrada@matematica.udl.cat)) Universidad de Lérida, lleva por título **Actitudes de los profesores portugueses hacia la estadística: un primer análisis cualitativo.**

La importancia de las actitudes de los profesores hacia la estadística radica en que pueden

afectar a la práctica docente y llegar a reflejarse en las actitudes (futuras) de sus estudiantes. Estas son razones más que suficientes para interesarnos en su estudio a fin de garantizar las mejores condiciones para la aplicación de una verdadera mejora de la enseñanza de la estadística. La influencia de las actitudes en la enseñanza de la estadística en diferentes contextos ya se considera en trabajos previos de Estrada et al. (2004 y 2010) y Martins et al. (2011).

Nuestro trabajo se centra en el estudio de las actitudes de docentes de primero (6-9 años) y segundo (10-11 años) ciclo de educación básica en Portugal y es parte de un estudio más amplio que analiza las actitudes de los profesores portugueses de matemática hacia la estadística. Como instrumento de medida utilizamos la Escala de Actitudes hacia la Estadística de Estrada EAEE (Estrada, 2002) y analizamos también las razones y motivaciones que dieron los profesores portugueses de primer ciclo como respuesta a algunos de los ítems presentados en la versión abierta del cuestionario.

Al término de la comunicación se hizo participes a los asistentes de las últimas aportaciones de sus autores: Estrada, A.; Bazán, J. y Aparicio, A. (2010). Un estudio comparado de las actitudes hacia la estadística en profesores españoles y peruanos. UNION, 24 <http://www.fisem.org/paginas/union/info.php?id=96.pdf> y Martins, J., Nascimento, M. & Estrada, A. (2011). *Attitudes of teachers towards statistics: a preliminary study with portuguese teachers*. Proceedings of CERME 7; [http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/5/CERME\\_Martins-Nascimento-Estrada.pdf](http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/5/CERME_Martins-Nascimento-Estrada.pdf) Rzeszow, Poland, 9-13 February.

La ponencia de Amable Moreno, ([amoreno@fce.uncu.edu.ar](mailto:amoreno@fce.uncu.edu.ar)); Universidad Nacional de Cuyo (Argentina), José M<sup>a</sup> Cardenoso, ([josemaria.cardenoso@uca.es](mailto:josemaria.cardenoso@uca.es)) de la Universidad Cádiz y Francisco González García, Universidad de Granada, ([pagoga@ugr.es](mailto:pagoga@ugr.es)) lleva por título **Las dificultades detectadas en un grupo de estudiantes del Profesorado de Educación Primaria, cuando afrontan la asignación de probabilidades.**

El presente trabajo intenta interpretar las dificultades que se han detectado en un grupo de setenta y cinco estudiantes de dos Institutos de Formación Docente, uno de gestión estatal y otro de gestión privada, del Profesorado de Educación Primaria; en relación con la asignación de probabilidades a distintos sucesos aleatorios, correspondientes a los contextos: Juego, Cotidiano y Físico-Natural.

Se utiliza el cuestionario que parte de Azcárate (1995) y que es transformado y ampliado, para la aplicación en su tesis doctoral Cardenoso (1998, editada en 2001), y que ahora, con algunas modificaciones ya validadas, necesarias para adaptarlo a nuestro contexto socio cultural, será el instrumento de nuestra indagación para la tesis doctoral, en contexto de formación de profesores de matemáticas, física, química, biología, en la provincia de Córdoba, Argentina.

El mismo, consta de doce ítems sobre el reconocimiento de la aleatoriedad y otros doce relativos a la asignación de probabilidades. En este trabajo analizaremos los ítems correspondientes a la estimación de la probabilidad. A las respuestas que dieron los estudiantes le aplicamos distintas técnicas estadísticas multivariantes, que nos permitieron encontrar cuatro tendencias de pensamiento probabilístico.

El test DHS de Tukey no detectó diferencias significativas en el uso de las distintas categorías en función del contexto del suceso, pero si se encontraron diferencias significativas del nivel de confianza “medio” en los contextos de Juego y en el Cotidiano.

La ponencia presentada por Emilse Gómez, Universidad Nacional de Colombia (Colombia), ([egomez@bt.unal.edu.co](mailto:egomez@bt.unal.edu.co)); Carmen Batanero, Universidad de Granada ([batanero@ugr.es](mailto:batanero@ugr.es)); y José Miguel Contreras de Universidad de Granada, ([jmcontreras@ugr.es](mailto:jmcontreras@ugr.es)), lleva por título **Formación de profesores para enseñar probabilidad: Un estudio comparativo entre Colombia y España.**

Aunque la enseñanza de la probabilidad en la Educación Secundaria tiene una gran tradición, observamos en los nuevos currículos la intensificación del tema y el cambio hacia un enfoque frecuencial. La consecución de estos objetivos requiere una formación adecuada del futuro profesor, que contemple los diferentes componentes matemáticos y didácticos, para aumentar su competencia en el diseño de actividades didácticas, motivar a sus alumnos, al tiempo que les informamos de las posibles dificultades de los mismos.

En este trabajo se presenta un estudio comparativo de las directrices actuales de formación de profesores de matemáticas en Colombia y España, recurriendo al análisis de la normativa de acceso a la función docente de los profesores de secundaria y a la formación matemática y didáctica recibida en diferentes universidades. En términos de resultados, se observa el acceso a la profesión docente de profesores sin una formación matemática específica y asimismo una falta general de formación didáctica específica sobre enseñanza de la probabilidad, incluso en los que acceden con una licenciatura de matemáticas.

La ponencia de María Magdalena Gea Serrano Universidad de Jaén ([mgea@ujaen.es](mailto:mgea@ujaen.es)) y Antonio Estepa Castro, Universidad de Jaén ([aestepa@ujaen.es](mailto:aestepa@ujaen.es)), lleva por título **Las nociones de correlación y regresión en la investigación de estadística educativa.**

La presencia de la Estadística en nuestros currícula es cada vez más patente y como objetivo central encontramos la necesidad de fortalecer la comprensión de las informaciones estadísticas y el desarrollo del pensamiento estadístico en todos los sectores de nuestra población (Wallman, 1993; Moore, 1990), potenciando de algún modo lo que muchos autores denominan “cultura estadística” para el desempeño de las habilidades de cualquier ciudadano. Al respecto, un tema fundamental en la formación estadística de nuestros ciudadanos es la asociación estadística, debido a su predominante papel en la toma de decisiones y a que constituye un prerrequisito clave para la formación del estudiante en las distintas titulaciones universitarias.

Presentamos un resumen de la investigación en curso relativa a la asociación estadística y dentro de ella, las nociones de correlación y regresión, tanto desde el punto de vista del aprendizaje como de la enseñanza, centrando la atención en el actual bachillerato. La relevancia y el sentido educativo de las nociones de correlación y regresión se desprende de su utilización, tanto en la vida diaria por la frecuencia con que realizamos juicios de asociación, como por ser prerrequisito para la adquisición de otros conceptos estadísticos fundamentales. Todo ello constituye el estado de la cuestión de la investigación que en la actualidad desarrollan los autores en torno a esta problemática. En el desarrollo de nuestra futura investigación pretendemos caracterizar la evolución en la adquisición del significado, de las nociones de correlación y regresión, por los estudiantes de bachillerato actual; delimitando y describiendo los fenómenos didácticos que ocurren en dicho proceso e identificando, y analizando, configuraciones y trayectorias didácticas, conflictos semióticos, dificultades, errores, obstáculos, concepciones erróneas, etc.

Los elementos que se encuentren, tiene como principal objetivo, aportar conocimiento



didáctico que mejore la enseñanza y aprendizaje de estas nociones estadísticas, contribuyendo así, a que los estudiantes adquieran unas competencias adecuadas para su vida. Con el estudio del significado de referencia de la correlación y regresión, diseñaremos un estudio empírico mediante una secuencia de enseñanza donde, su consecuente implementación, nos permita alcanzar el objetivo de investigación anteriormente expuesto. En la actualidad nos encontramos en esta etapa inicial, en que profundizamos en el estado de esta cuestión de investigación, complementada con el estudio y análisis de diversos materiales educativos (libros de texto y recursos didácticos) referidos a estas nociones.

De la investigación ya desarrollada se desprende que la adquisición, por parte de los estudiantes, de las nociones de correlación y regresión, no es tarea sencilla: emitir juicios de asociación efectivos en la toma de decisiones es una actividad cognitiva fundamental del ser humano, e implica en particular, el dominio de las nociones de correlación y asociación (Moritz, 2004; Zieffler, 2006; McKenzie y Mikkelsen, 2007). La noción de covariación es una noción compleja, ya que desde el punto de vista epistemológico se distinguen, según Barbancho (1973), cinco tipos: dependencia causal unilateral; interdependencia; dependencia indirecta; concordancia y covariación casual. Es por ello que el material presentado, pudiera ser de gran utilidad, para la investigación educativa en el campo estocástico, así como, para la planificación de la enseñanza de dichas nociones.

Para cerrar el encuentro, después de debatir y compartir inquietudes del grupo, se acuerda realizar una reunión intermedia entre los Simposios, donde los interesados en asistir se plantearan desde el cambio de título del grupo, o el interés de especificar una agenda de investigación sobre la clasificación de problemas en el campo de la Probabilidad, y tal vez la Estadística.

Se cuestiona también que la dinámica de dicho encuentro no solo se limite a presentar nuevos avances de investigación, bien referidos a memorias fin de máster, o a tesis en activo o proyectos subvencionadas de investigación. Se pretende que el encuentro adopte más un formato tipo Taller, Mesas de debate y Conferencias ilustrativas, aunque no se espera demasiada colaboración para desempeñar esta actividad.

También se sugiere que dicho encuentro sirva para compartir intereses, instrumentos investigativos y reuniones potenciales en distintos congresos ya formalizados. También se sugiere que se puede llegar a compartir y publicar los “instrumentos” construidos y validados en investigaciones de miembros del grupo, para evitar su “reconstrucción” por falta de información sobre los mismos, ya que esta es una inquietud que se tiene desde hace tiempo. Y por ejemplo, constatar que nuevos investigadores de este campo están volviendo a construir instrumentos para el análisis de libros de texto, cuando se tienen algunos pero que no están editados y que solo se pueden encontrar en los anexos de las tesis doctorales correspondientes.

## **6.6. Didáctica de las Matemáticas como Disciplina Científica (DMDC).**

**Coordinadora:** *Pilar Bolea* (Universidad de Zaragoza).

El grupo de trabajo DMDC ha tenido diferentes actividades a lo largo del semestre. En primer lugar citar que durante el mes de Julio un colectivo importante del grupo, el que trabaja en el marco de la Teoría Antropológica de la Didáctica, reconocido como la TAD, celebró un Seminario en Barcelona durante los días 6, 7 y 8. Fueron cuatro las sesiones de

trabajo se llevaron a cabo en el Instituto Químico de Sarria de la Universidad Ramón Llull.

En la primera sesión Alicia Ruiz bajo el título “El problema de la formación matemático-didáctica del profesorado de secundaria” presentó la dialéctica entre la profesión de profesor de matemáticas y la formación para la profesión de profesor de matemáticas desde el marco teórico de la TAD. Se trata del paso de las dificultades personales del profesor a las dificultades de la profesión en el que la investigación debe identificar y construir las praxeologías indispensables y útiles para el ejercicio de la profesión de profesor de matemáticas. En definitiva, la investigación debe construir las herramientas que permitan reconstruir la matemática en el aula. Surgió un amplio e interesante debate en torno a los dispositivos con los que hoy cuenta el investigador para detectar las dificultades y construir las respuestas.

La segunda sesión la inició Esther Rodríguez con la presentación de diferentes alternativas sobre la web del grupo, [www.tad.net](http://www.tad.net), la posible estructura y las decisiones sobre la página que tenemos que tomar. Tras una pausa, Javier García nos presentó el “Inquiry Based Learning” desde el punto de vista de la TAD y su relación con la formación del profesorado. Ante la baja demanda de estudios científicos por parte de los alumnos de secundaria europeos, se están desarrollando diferentes convocatorias en el ámbito de las ciencias experimentales y en ellos tenemos cabida. Nuestro trabajo experimental sería la búsqueda de un modelo matemático para cada situación hipotética propuesta. Nos informó de los diferentes proyectos europeos, PRIMAS (que es una continuación de LEMA), el convenio COMPASS, ... y las diferentes metodologías. Entre las dificultades que se plantearon en el debate señalo las siguientes ¿quién diseña las situaciones? ¿qué características deben tener? ¿quién legitima su pertinencia? ¿en qué consiste la actividad matemática?

En la sesión tercera, Mabel Licera, nos presentó su trabajo de investigación “Ecología de los números reales y la medida de magnitudes en la entrada a la matemática postobligatoria”. El problema de investigación y los últimos avances. Nos habló de la trayectoria institucional-histórica de la necesidad de R. La discusión sirvió para aportar ideas a la investigadora sobre como orientar su trabajo dentro de la TAD.

En la cuarta y última sesión Bernat Ancochea nos presentó su trabajo de Introducción al problema de la enseñanza de la geometría, las funciones de las calculadoras simbólicas en la articulación entre la Geometría Sintética y la Geometría Analítica en el paso de la Secundaria Obligatoria al Bachillerato. Según el autor, no existe articulación entre la geometría de la ESO y la del Bachillerato. En la ESO el estudio aparece de forma aislada sin vinculación con las funciones mientras que en Bachillerato se presentan un montón de ecuaciones de la misma recta (vectorial, paramétrica, punto-pendiente, dos puntos, continua, ...) sin preguntarse el porqué de tantas ecuaciones. Finalizamos esta sesión con la presentación de Tomás Sierra del trabajo “Investigación en didáctica de las matemáticas en la Educación Infantil y en la Educación Primaria” que será presentado en el Simposio de la SEIEM que se celebrará en Ciudad Real. Tras aportar los participantes su opinión y debatir respetuosamente algunas cuestiones de organización y estructura pasamos a plantear temas de futuro de este colectivo del grupo DMDC, dando por finalizado el Seminario de Barcelona.

En el XV Simposio de la SEIEM, celebrado en la Facultad de Educación de Ciudad Real, Universidad de Castilla la Mancha se llevaron a cabo cuatro presentaciones realizadas por miembros del grupo DMDC. Siguiendo la programación, que había sido enviada previamente a los miembros de la SEIEM, en la sesión del miércoles 7 de septiembre nos reunimos 20

personas, intervinieron el Dr. Vicenç Font y la Dra. Noemí Ruiz, se suprimió por causas personales la presentación del Dr. Cecilio Fonseca.

El trabajo presentado por Vicenç Font, titulado Una mirada a los mecanismos de encapsulación y tematización desde dos marcos teóricos, tiene por autores a Vicenç Font, Norma Rubio, Edelmira Badillo y María Trigueros de la Universitat de Barcelona, Pontificia Universidad Católica del Perú, Universitat Autònoma de Barcelona e Instituto Tecnológico Autónomo de México, respectivamente. En el resumen del mismo se recoge:

En el APOS se considera que la encapsulación y la tematización son dos mecanismos importantes en la construcción de los conceptos matemáticos, y también se ha considerado dichos mecanismos como algo complejo. Por otra parte, los resultados de sus investigaciones con alumnos, muestran que muchos de ellos tienen dificultades para conseguir la encapsulación de procesos en objetos o la tematización de esquemas en objetos. La mirada que aporta el EOS sobre ambos mecanismos, al explicitar aspectos relevantes de dicha complejidad, ayuda a entender; primero que se trata de mecanismos que producen la emergencia de objetos diferentes (objetos primarios en la encapsulación) y referencia global (en la tematización) y segundo, las dificultades que tienen los alumnos para encapsular y tematizar.

Tras diferentes preguntas aclaraciones sobre la conexión y coordinación entre los enfoques APOS y EOS algunas reflexiones entre sobre el diálogo APOS/TAD pasamos a la segunda presentación de Noemí Ruiz, El problema didáctico del álgebra elemental: análisis macroecológico desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico, que tiene por auto-res a Noemí Ruiz, Marianna Bosch y Josep Gascón. El texto resumen recoge las siguientes ideas:

La ponencia se centra en la primera parte de nuestro trabajo de tesis doctoral. Presentaremos una visión global, sintética y actualizada de las aportaciones realizadas desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) al problema de la enseñanza del álgebra elemental. Recordaremos los primeros resultados de las investigaciones realizadas por Yves Chevallard entre 1980 y 1990 que marcaron la línea de investigación en torno a los problemas transpositivos del álgebra. Finalmente, articularemos esta problemática con la línea más reciente del estudio de las restricciones ecológicas utilizando la escala de niveles de codeterminación didáctica.

Tras un fluido, intenso y agradable debate sobre otras visiones del álgebra escolar en el mundo, como el Early-Algebra (el álgebra temprana) o el álgebra ligada a objetos y procesos dimos por finalizada la sesión primera del grupo DMDC.

La segunda sesión del grupo se llevó a cabo el jueves 8 de septiembre, según el programa establecido. Nos reunimos unas 20 personas. En primer lugar Luis R Pino-Fan nos presentó el trabajo titulado “Conocimiento Didáctico-Matemático de futuros profesores de Bachillerato sobre la derivada”. El resumen recoge:

El estudio sobre los conocimientos que debe tener un profesor de matemáticas para que su enseñanza sea efectiva ha ido tomando un creciente interés en los últimos años. Sin embargo, las investigaciones orientadas al diseño de instrumentos que permitan explorar aspectos sobre el conocimiento didáctico-matemático de los profesores sobre tópicos específicos no son numerosas. En el presente trabajo se informa de los resultados obtenidos mediante la aplicación de un cuestionario que se ha diseñado para explorar algunos aspectos relevantes del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores de bachillerato sobre la derivada. El diseño del cuestionario se presenta en la primera parte de este trabajo.

Se produjo un interesante debate sobre la selección de tareas que permitan explorar el conocimiento didáctico matemático de los profesores, sobre el modelo epistemológico de referencia, sobre la actividad matemática en torno a la derivada. Debate que esperamos haya despertado en el autor preguntas interesantes para su futuro trabajo.

Finalmente, Alicia Ruiz presentó el trabajo titulado “El paradigma del cuestionamiento del mundo: Un recorrido de estudio e investigación (REI) en la formación del profesorado”. Este trabajo tiene como autores a Alicia Ruiz, Marianna Bosch y Josep Gascón, El texto resumen recoge las siguientes ideas:

Ante el paradigma de la visita de las obras, dominante hoy en día en las instituciones escolares, emerge el paradigma del cuestionamiento del mundo, que se puede resumir según el esquema herbartiano  $S(X ; Y ; Q) \rightarrow R$ , donde un grupo de estudiantes X bajo la dirección de Y deberán estudiar una cuestión Q con el fin de producir una respuesta R. Los recorridos de estudio e investigación (REI) participan de este paradigma. Presentamos un REI experimentado con un grupo de estudiantes-profesores en un máster de formación del profesorado de secundaria.

Se produjo un interesante debate y surgieron cuestiones sobre si el saber matemático debe ser el corazón de la respuesta. Para alguno de los presentes el modelo epistemológico de referencia (MER), entendido como mapa de posibles cuestiones y respuestas elaboradas por los investigadores, puede ser considerado como una ingeniería didáctica. Se comenta el exceso de metáforas utilizado por la TAD y que su exageración puede crear confusión dado que parece un estilo peyorativo. Se aclara que lo que se intenta no es caricaturizar las cosas en sentido negativo, sino mostrar el monumentalismo de las obras matemáticas frente a su funcionalidad.

La coordinadora se ofreció a impulsar a lo largo del curso 2011/2012 las actividades que el grupo considerara necesarias para un mejor aprovechamiento del próximo encuentro de la SEIEM en Jaén.

## 6.7. Historia de la Educación Matemática (HEM).

**Coordinador:** *Alexander Maz* (Universidad de Córdoba).

Durante el simposio de la SEIEM celebrado en Ciudad Real, los investigadores que asistimos al I Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática en la Universidad de Beira Interior en Portugal informamos de los temas allí tratados y de las propuestas para la continuidad de tal evento. Se comentó acerca de los distintos marcos metodológicos presentados por los investigadores latinoamericanos, especialmente los de Brasil, y cómo se percibía una idea diferente de la Historia de la Educación Matemática a la que normalmente realizamos en el ámbito español. Hubo diversas intervenciones y reflexiones al respecto por parte de los asistentes al Simposio de la SEIEM. Por tal motivo, se acordó que dentro de la próxima reunión del grupo que se celebrará conjuntamente con el grupo PNA en la ciudad de Valencia, se presentarían y debatirían algunas de las distintas opciones y posiciones teóricas y metodológicas que trabajan los investigadores españoles.

El Dr. Modesto Sierra informó de la concesión de un proyecto I+D+I del Ministerio presentado por miembros del grupo de historia de las matemáticas y la Educación matemática de la SEIEM.

El Dr. Alexander Maz coordinador del grupo informó que en la revista Epsilon, de la que es director, se publicará un número monográfico sobre historia de las matemáticas, en el que varios miembros del grupo colaboran con artículos.

A propuesta del Dr. Modesto Sierra se acordó que en la reunión de Valencia se daría relevo al Dr. Maz en la coordinación del grupo puesto que ha desempeñado esta función durante los últimos ocho años.

## 6.8. Investigación en Educación Matemática Infantil (IEMI)

**CoordinadorES:** *Mequè Edo* (Universidad Autónoma de Barcelona) y *Carlos de Castro* (Universidad Complutense de Madrid).

Durante el pasado XV Simposio de la SEIEM, celebrado en Ciudad Real, el grupo de Investigación en Educación Matemática Infantil (IEMI) celebró dos seminarios: uno sobre Investigación en Educación Matemática Infantil, y otro sobre Formación de maestros en Educación Matemática Infantil.

En el primer seminario, Àngel Alsina, de la Universidad de Girona, comenzó con un trabajo realizado en colaboración con maestros de 2º ciclo de Educación Infantil, titulado: “Contextos de vida cotidiana para desarrollar el pensamiento matemático en Educación Infantil”. En él, argumenta la importancia de trabajar a partir de contextos de vida cotidiana para desarrollar el pensamiento matemático en las primeras edades. Partiendo de los principios de la Educación Matemática Realista, presenta una posible forma de trabajar que se inicia en contextos de vida cotidiana, y más genéricamente, una posible manera de formar al profesorado de Educación Infantil. La presentación finalizó con la exposición de varias situaciones de aprendizaje de las matemáticas, en contextos de vida cotidiana, implementadas por profesorado del 2º ciclo de Educación Infantil.

Catalina Fernández, de la Universidad de Málaga, presentó su trabajo: “Pensamiento numérico en escolares de 3 a 6 años: Diagnóstico”. Este es un trabajo, orientado a la evaluación de la comprensión del conocimiento numérico, para el cual se han adaptado instrumentos de observación empírica a los sistemas conceptuales y representacionales de los escolares del segundo ciclo de Educación Infantil. El proyecto de investigación en curso tiene un carácter práctico y profesional. En líneas generales, se pretende que las maestras y maestros sean capaces de evaluar, diagnosticar y tratar didácticamente la comprensión numérica, tanto de un individuo como de una población, con el propósito de una intervención didáctica adecuada que garantice la calidad de la educación matemática.

Carlos de Castro, de la Universidad Complutense de Madrid, expuso un estudio realizado en colaboración con Gonzalo Flecha -Escuela Infantil “La Cigüeña María” de Las Rozas- titulado: “Buscando indicadores alternativos para describir el desarrollo del juego de construcción con niños de 2 y 3 años”. En este estudio longitudinal, realizado con un grupo de alumnos de 2-3 años, se trata de detectar indicadores del desarrollo del juego de construcción infantil, que sean alternativos y complementarios a los descritos en la literatura, y que sirvan para describir con detalle la evolución de este tipo de juego. A través de la observación, y la documentación de la actividad, se desarrolla este estudio cualitativo en el que nos centramos en cuatro posibles indicadores: repetición, equivalencia, posición relativa de los bloques, y la forma global de la construcción.

María Salgado y María Jesús Salinas, de la Universidad de Santiago de Compostela, presentaron su estudio sobre “Estrategias de resolución de problemas numéricos de sumar y restar en la etapa infantil”. Las autoras plantean que la resolución de problemas numéricos en Educación Infantil conlleva, en la mayoría de ocasiones, la realización de operaciones sencillas de sumar y restar. Estas operaciones no poseen dificultades aparentes, siempre que se realicen en contextos significativos y concretos. En el estudio realizado se analiza el grado de abstracción en estrategias matemáticas utilizadas en la resolución de problemas numéricos de sumar y restar en Educación Infantil. Las tareas empíricas, todas ellas descritas en descritas todas ellas en el test de competencia matemática básica (TEMA-3), consistieron en resolver cuestiones con fichas y cuestiones verbales. Los resultados muestran la diversidad de respuestas en un grupo de iguales, así como la excesiva utilización de estrategias sociales para la resolución de las tareas. Finalmente, se señalan algunas implicaciones educativas de los resultados de este estudio.

En el segundo seminario, más centrado en la formación de maestros de Educación Infantil, Mequè Edo, de la Universidad Autónoma de Barcelona, presentó: “Situaciones interdisciplinarias y globalizadoras para desarrollar el pensamiento matemático en Educación Infantil”. Este trabajo se centra en la competencia docente de identificar y potenciar el contenido matemático en situaciones interdisciplinarias y globalizadoras para conseguir un buen desarrollo del pensamiento matemático en las primeras edades. Basándose en la concepción socio constructivista de la enseñanza y el aprendizaje y apropiándose de las orientaciones didácticas del currículum actual, se entiende que el contenido matemático está presente en una gran diversidad de situaciones de aula, incluso en aquellas que fueron diseñadas desde otras áreas. En la presentación, se mostraron algunas actividades para realizar con futuros maestros que incluyen trabajos de aula de segundo ciclo de educación infantil realizados con maestros en activo.

Guadalupe Gutiérrez y Ainhoa Berciano, de la Universidad del País Vasco, finalizaron con la presentación: “Desarrollo del pensamiento Matemático y su didáctica en el grado de Educación Infantil: De la manipulación a la comunicación virtual”. En su trabajo describen una experiencia matemática b-learning destinada al profesorado en formación para desarrollar las competencias de la asignatura Desarrollo del pensamiento Matemático y su didáctica. Se presenta el proyecto de investigación dirigido a evidenciar la necesidad de una asignatura e-learning en el grado de Educación Infantil, haciendo uso de la misma metodología, y una propuesta para dicha asignatura virtual en el 2011/12 en el grado de Educación Infantil en la UPV/EHU. En la experiencia piloto se detallan distintas actividades que se han llevado a cabo en los estudios de la diplomatura de Maestro en Educación Infantil (titulación a extinguir) durante los cursos 2008/09, 2009/10 y 2010/11 haciendo uso de la plataforma Moodle y distintos programas matemáticos. Tras el balance de las ventajas de dicha experiencia y la exposición de sus puntos débiles, fundamentamos las bases para el desarrollo final de la asignatura antes mencionada.

La reunión de los miembros del grupo en el Simposio dio lugar a diversas reflexiones que irán marcando la evolución del futuro funcionamiento del grupo. La percepción que tenemos, dentro del grupo IEMI, tras conversaciones mantenidas con los socios que han mostrado interés en la actividad del grupo, antes, durante y después del Simposio de Ciudad Real, es que dentro de la SEIEM hay muchos profesores implicados en la docencia en los

nuevos Grados de Maestro Educación Infantil. Si bien la mayoría de ellos no se dedican a investigar en el ámbito de 0 a 6 años, sí manifiestan un gran interés en conocer resultados de investigación, y buenas prácticas de aula en este nivel educativo, así como en compartir problemas relativos a la docencia de las asignaturas de Educación Matemática del Grado de Infantil. Detectamos así, en el grupo IEMI, dos ámbitos prioritarios de trabajo: el propio de la Investigación en Educación Matemática Infantil, y el de la vertebración de esfuerzos compartidos por los miembros de la SEIEM para el desarrollo del currículo de la formación de maestros en Educación Matemática Infantil.

Otro aspecto en el que parece haber coincidencia dentro del grupo es que los Simposios de la SEIEM no bastan para articular el trabajo de los miembros del grupo de investigación. Esto es debido, fundamentalmente, al poco tiempo dedicado a los grupos dentro del Simposio, así como a que cada miembro de la Sociedad puede tener un gran interés en dos o tres grupos de investigación, teniendo que optar y asistir a uno o dos de ellos. Sabemos que hay personas interesadas en el grupo IEMI que no asistieron a sus seminarios por tener su interés dividido entre varios grupos. Esta situación no la consideramos como un demérito de los Simposios, sino como una necesidad organizativa de los mismos de difícil solución.

En este sentido, está prevista la celebración de una reunión intermedia del grupo IEMI en Madrid, los días 8 y 9 de marzo de 2012. En esta reunión habrá una parte dedicada a la investigación en Educación Matemática en 0-6 y otra en la que compartiremos pro-puestas de docencia y evaluación relativas a las asignaturas de Didáctica de las Matemáticas del Grado de Maestro en Educación Infantil. Esta reunión estará totalmente abierta a la participación de cualquier socio de la SEIEM. Se invitará también a personas ajenas a la Sociedad, para que puedan incorporarse al trabajo del grupo o compartir con nosotros sus intereses docentes o de investigación. Daremos información detallada de la reunión a principios de 2012, a través de la lista de distribución de la Sociedad, por correo electrónico.

## 7. Investigación (tesis, trabajos DEA y proyectos).

### 7.1. Tesis

**Título:** *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir Geogebra en el aula.*

**Autora:** *M<sup>a</sup> del Mar García López*

**Directora:** *Dra. Isabel M<sup>a</sup> Romero Albaladejo*

**Fecha de lectura:** *1 de julio de 2011*

**Departamento:** *Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales*

**Programa de doctorado:** *Programa de Doctorado en Investigación Didáctica*

**Universidad:** *Universidad de Almería*

**Tribunal evaluador:**

**Presidente:** *Dr. Luis Rico Romero*

**Secretario:** *Dr. Francisco Gil Cuadra*

**Vocales:**

*Dra. Inés M<sup>a</sup> Gómez Chacón*

*Dr. Andrew John Edwards*

*Dra. M<sup>a</sup> José González López*

**Calificación:** *Sobresaliente Cum Laude*

**Resumen:**

Se trata de un estudio llevado a cabo con estudiantes de Secundaria, siguiendo una metodología de investigación-acción. El interés del trabajo recae en la exploración de la influencia de Geogebra en la transformación de actitudes relacionadas con las matemáticas y en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes. También se analizan qué características del software intervienen en dicha transformación actitudinal y desarrollo de competencias matemáticas. Para ello se ha diseñado, puesto en práctica y evaluado una secuencia de enseñanza basada en el uso de Geogebra, empleando el procedimiento del Análisis Didáctico, la cual puede considerarse una aportación importante del trabajo. Asimismo, este estudio aporta una caracterización de actitudes y una caracterización de competencias matemáticas matizadas para el ámbito de la geometría, así como los instrumentos de observación diseñados para la recogida de datos durante la puesta en práctica de la experiencia en el aula. Los resultados han puesto de relieve las mejoras producidas por el trabajo con Geogebra en la mayoría de los estudiantes, destacando el desarrollo de ciertas actitudes y competencias sobre otras. Se han encontrado, además, relaciones entre esta mejora y ciertos atributos y ventajas de Geogebra.

**Título:** *Límite finito de una sucesión: fenómenos que organiza*

**Autor:** *Francisco Javier Claros Mellado*

**Director:** *Dr. Moisés Coriat Benarroch*

**Fecha de lectura:** *15 de julio de 2010*

**Departamento:** *Didáctica de la Matemática*

**Programa de doctorado:** *Didáctica de las matemáticas y de las ciencias experimentales*

**Universidad:** *Universidad de Granada*

**Tribunal evaluador:**

**Presidente:** *Dr. Luis Rico Romero*

**Secretario:** *Dr. José Luis González Mari*

**Vocales:**

*Dra. Carmen Azcárate*

*Dr. Modesto Sierra*

*Dr. Tomás Ortega*

**Calificación:** *Sobresaliente Cum Laude*

**Resumen:**

La investigación se desarrolla en seis capítulos; descubre dos fenómenos que organiza la definición de límite finito de una sucesión y estudia relaciones entre tales fenómenos y la propia definición.

El capítulo primero realiza una revisión de antecedentes; muestra cómo relevantes investigaciones han tratado de manera no-diferenciada varios tipos de límites (límite infinito de una sucesión, límite finito de una sucesión, límite de una función). Constituye un paso esencial para configurar un marco teórico.



En el segundo capítulo, el autor sustenta ese marco en tres pilares: Fenomenología (Freudenthal, 1983), Sistemas de Representación (Castro y Castro, 1997 y Rico, 2000) y Pensamiento Matemático Avanzado (Dreyfus, 1990 y Tall, 1991). Además, expone la metodología, los objetivos y las hipótesis de investigación.

La descripción y análisis detallado de los fenómenos se desarrolla en el capítulo tercero. La investigación expone (y ésta es su aportación principal) cómo el límite finito de una sucesión organiza los dos fenómenos siguientes.

- *Aproximación simple intuitiva (a.s.i.)*. Dados  $k$  términos ordenados de una sucesión, generalmente consecutivos,  $(1, a_1), (2, a_2), \dots, (k, a_k)$ , caracterizamos la aproximación simple intuitiva como el fenómeno observado al inspeccionar la secuencia de valores  $a_1, a_2, \dots, a_k$  cuando “parecen acercarse” a otro valor fijo. *Modelo*: En la sucesión  $(1, 1), (2, 1/2), (3, 1/3), \dots$ , los términos  $1/n$ , parecen acercarse a 0 a medida que  $n$  crece.

- *Retroalimentación o ida-vuelta en sucesiones (i.v.s)*. Una vez establecido el entorno del candidato a límite con el  $\epsilon$  dado, “vamos” desde éste hacia la variable natural para determinar el correspondiente  $n$  asociado a  $\epsilon$  y “volvemos” al entorno del límite para comprobar que las imágenes así obtenidas pertenecen al entorno considerado. En la retroalimentación se lleva a cabo la construcción efectiva de una nueva función  $(\epsilon, n(\epsilon))$  que queda vinculada unívocamente a la sucesión. De hecho, con el apoyo de la propia sucesión de referencia, la definición formal de límite finito de una sucesión induce la construcción simbólica de tal función o la demostración de su existencia, la cual sirve para establecer una propiedad de la sucesión dada. *Modelo*: Partiendo de la sucesión  $(n, 1/n)$  se construye la función  $(\epsilon, E(1/\epsilon) + 1)$  donde  $E$  designa la función parte entera. Una vez fijado  $\epsilon$ , tenemos que determinar  $n_0$  a partir del cual  $|1/n| < \epsilon$ ; resolviendo esta inecuación tendríamos que  $n$  debe ser mayor que  $(1/\epsilon) + 1$ . Para asegurarnos que sea un número natural tomamos  $n_0 = E(1/\epsilon) + 1$ .

En el capítulo cuarto se estudian 30 libros de texto de bachillerato publicados entre 1933 y 2005. Se analizaron los libros para observar los fenómenos indicados. El recuento de la frecuencia con la que apareció cada fenómeno arrojó una serie de conclusiones generales: (1) Hasta los años 70, el fenómeno de aproximación simple intuitiva (a.s.i) es casi inexistente. (2) Durante los años 80, se producen diferentes experimentos en los libros de texto, con presencia de diferentes códigos de fenómenos. Estos experimentos anticipan una disminución frecuencial del fenómeno i.v.s y un correspondiente aumento de la frecuencia del fenómeno a.s.i. (3) Tal hecho se produjo sobre todo a partir de los años 90, en los que se observó una correlativa lenta reducción de los sistemas de representación a favor del sistema de representación verbal.

El capítulo cinco, lleva a cabo un trabajo con alumnos para buscar esos fenómenos en sus producciones; se describen las etapas diseñadas para elaborar el instrumento (cuestionario de 4 preguntas; categorías de análisis), su administración a 143 alumnos de tres IES de la comunidad de Madrid y los resultados obtenidos. Los alumnos, en la mayoría de sus respuestas, usaron la representación verbal en el fenómeno a.s.i, pero apenas la usaron en el fenómeno i.v.s.

El capítulo sexto revisa los resultados obtenidos, expone reflexiones adicionales y enuncia tareas pendientes, entre las que se incluye la elaboración de una secuencia di-dáctica que incorpore los fenómenos en el proceso de enseñanza-aprendizaje del límite finito de una sucesión.

El documento completo se puede descargar de la página:  
[http://fqm193.ugr.es/produccion-cientifica/tesis/ver\\_detalle/6586/descargar/](http://fqm193.ugr.es/produccion-cientifica/tesis/ver_detalle/6586/descargar/)

**Título:** *La demostración matemática y el profesor: formación y enseñanza*

**Autora:** Cacilda dos Santos Paz

**Director:** *Dr. Tomás Ortega del Rincón*

**Fecha de lectura:** *25 de marzo de 2011*

**Departamento:** *Didáctica de las Ciencias Sociales y Experimentales*

**Programa de doctorado:** *Investigar para Educar en el Siglo XXI.*

**Universidad:** *Universidad de Valladolid*

**Tribunal evaluador:**

**Presidente:** *Dr. Modesto Sierra Vásquez*

**Secretaria:** *Dr. Santiago Hidalgo Alonso*

**Vocales:**

*Dr. Enrique de la Torre Fernández*

*Dr. César Sáenz de Castro*

*Dr. Jesús Murillo Ramón*

**Calificación:** *Sobresaliente Cum Laude (por unanimidad)*

**Resumen:**

Nuestra intención primera es sensibilizar a los profesores de Matemáticas para mejorar la enseñanza de la demostración, denunciando problemas y sentimientos, creencias, afinidades y actitudes con las demostraciones que diagnostiquen debilidades y avisten soluciones, aun que no sean matemáticamente completas y intemporales, pero que cada uno pueda ajustar a su contexto y tomar como premisa para la diversidad de los momentos y de los tiempos. La problemática, intentos y pasadas asientan en la realidad educativa, en los problemas sentidos, en las experiencias vividas y compartidas y en los problemas que tiene sufrido la demostración matemática y la enseñanza de las Matemáticas en general, en donde, la preocupación de una escolarización obligatoria, masiva y estadística culmina en un facilismo que falta al respeto al Conocimiento, al Razonamiento y a la Educación y en mucha "iliteraria matemática".

Empiezase, pues, con reflexiones personales que interceptan el deseo de restituir la demostración, el formalismo y el rigor a la educación matemática, siguiéndose una descripción de la problemática, algunas intenciones, suposiciones y objetivos y una sinopsis de nuestra metodología, revelando, desde ya, que ella combina intenciones personales con evidencias sustentadas por la experiencia, por historias de vida, análisis de programas, libros de texto y exámenes de Matemática, así como por encuestas y entrevista aplicadas a profesores de Matemáticas, usando como base la metodología de diseño, en donde, cada etapa refine la anterior. Continuase con una breve justificación y encuadramiento teórico de la problemática, seguida de algunas reflexiones sobre la demostración matemática que valoran sus funciones en la vida, en la Educación y en el razonamiento. Después se resume el trayecto de la enseñanza de las Matemáticas y de la demostración en Portugal, en los dos últimos siglos, testificando el gradual desaparecimiento y maltratamiento del rigor matemático y de la demostración. Posteriormente se recogen algunas opiniones sobre Las Matemáticas y la

demostración que apoyan una primera y breve investigación, vía encuesta, sobre la demostración Matemática y el profesorado, refinada por un segundo cuestionario, más amplio y contestado por una muestra más numerosa, más significativa y ya suportado por las premisas de la primera encuesta. Como sub-secuencia, se desenvuelve un estudio comparativo entre Portugal y España, adelantándose, aquí, que la problemática confina. Para refinar más, se elabora una entrevista titulada “Trayecto y problemas de la enseñanza de la demostración en los últimos tiempos”, puntos de vista de dos profesores de Matemática, semi-estructurada y conducida por un guión basado en las sendas del trabajo. Como remate se resumen nuestras hipótesis y “conjeturaciones”, prefiriendo llamarle así pues nuestros apuntes no diseñan conclusiones matemáticamente demostrables o generalizables, pero antes adaptables a las diferencias y mudanzas. Después se perfila una categorización de profesores, en función de sus afinidades con la demostración, que sintetiza algunas actitudes y convicciones sobre la demostración, subrayándose que diferentes perfiles dibujan distintas pedagogías demostrativas. Se hacen después algunas consideraciones sobre nuestro proyecto y, por fin, se perfila una conclusión, que lejos de ser conclusiva, completa o extinguida, se proyecta en la esperanza de “dibujar” alguna orientación para la (re)significación de la demostración desde los primeros aprendizajes.

**Título:** *Utilización de método geométrico lineal (mgl) para la resolución de problemas de álgebra elemental*

**Autora:** María Victoria Martínez Videla

**Directores:** *Dr. Francisco Fernández García (director) y Dr. Pablo Flores Martínez (codirector)*

**Fecha de lectura:** *19 de mayo de 2011*

**Departamento:** *Didáctica de la Matemática*

**Programa de doctorado:** *Doctorado en Didáctica de la Matemática*

**Universidad:** *Universidad de Granada*

**Tribunal evaluador:**

**Presidente:** *Dr. Luis Rico Romero*

**Secretaria:** *Dra. Marta Molina Gonzalez*

**Vocales:**

*Dr. Bernardo Gomez Alfonso*

*Dra. Isabel Romero Albadalejo*

*Dra. María Leonor Varas Scheuch*

**Calificación:** *Sobresaliente cum Laude*

**Resumen:**

En enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas en la escuela se ha caracterizado por ser un tema de estudio ampliamente estudiado en Didáctica de la Matemática. La tesis doctoral que hemos realizado se desarrolla en torno a este tema, desde la perspectiva del uso de representaciones gráficas para introducir la resolución de problemas algebraicos en los primeros años de secundaria.

Con dicho objetivo hemos definido y caracterizado un método para la resolución de problemas denominado Método Geométrico Lineal (MGL), que consiste en utilizar segmentos

para representar cantidades (conocidas y desconocidas), a partir de los cual se convierte al Sistema de Representación Gráfico las relaciones entre cantidades contenidas en un enunciado sobre las cuales se trabaja para obtener la respuesta del problema.

Sobre la definición del MGL nos hemos propuesto operativizar la utilización del mismo, introduciéndolo en los primeros años de Educación Secundaria Obligatoria (ESO), con el fin de facilitar el paso de la aritmética al álgebra y describir la utilización del método para la resolución de problemas a partir del trabajo de estudiantes. Con dicho fin se trabajó con un grupo de 4 profesores en el diseño de una propuesta para el aula, constituida con 7 fichas de trabajo, de las cuales las fichas 1, 2 y 3 tuvieron por objetivo trabajar con los estudiantes en la representación de cantidades utilizando segmentos y operar con ellas, mientras las fichas 4, 5, 6 y 7 estuvieron destinadas a la resolución de problemas. El material se aplicó en 5 aulas de 1º y 2º de ESO, por los mismos profesores que participaron en el diseño del material.

Dado que las fichas 4 y 6 estaban destinadas a la resolución gráfica utilizando el MGL, hemos realizado análisis de frecuencias simples y análisis de clúster a los resultados obtenidos en dichas fichas con el fin de describir como se ha utilizado del método, considerando tres fases en la resolución de un problema: planteamiento, ejecución y desempeño final. Además se ha elaborado una descripción de los resultados con el fin de detallar de qué forma se ha utilizado el MGL para resolver problemas, haciendo énfasis en los distintos tipos de resoluciones que han elaborado los estudiantes y sus particularidades.

En conclusión, en esta tesis doctoral fue posible diseñar una propuesta para el aula que permita introducir la utilización de un método gráfico de resolución de problemas denominado MGL y aplicarlos en aulas de los primeros niveles de ESO. A partir de los resultados obtenidos fue posible describir la utilización del MGL en la resolución de problemas según fases de resolución y caracterizar los problemas según las resoluciones de los estudiantes.

**Título:** *Restricciones institucionales en las matemáticas de 2º de bachillerato en cuanto al significado del objeto integral definida.*

**Autora:** Lourdes Ordóñez Cañada

**Director:** *Dr. Ángel Contreras de la Fuente*

**Fecha de lectura:** *3 de junio de 2011*

**Departamento:** *Didáctica de las Ciencias*

**Programa de doctorado:** *Didáctica de las Ciencias, bienio 2001-2003*

**Universidad:** *Universidad de Jaén*

**Tribunal evaluador:**

**Presidente:** *Dr. Juan Díaz Godino.*

**Secretario:** *Dr. Francisco Javier García García.*

**Vocales:**

*Dr. Viçent Font Moll*

*Dr. Miguel Rodríguez Wilhelmi*

*Dr. Manuel García Armenteros*

**Calificación:** *Sobresaliente cum Laude*

**Resumen:**

En esta investigación se presenta un estudio sobre las Pruebas de Acceso a la Universidad (PAU) y del efecto que tienen, como pruebas de evaluación externa, en el significado institucional implementado en el Bachillerato en lo referente a la integral definida. Asimismo, se abordan los efectos en los significados personales de los estudiantes de cuatro grupos que han recibido este significado institucional. Para ello se utiliza como marco teórico el enfoque ontosemiótico de la cognición matemática, EOS, pues nos aporta las herramientas necesarias para este trabajo que analiza diferentes facetas de la actividad matemática.

Para la consecución de nuestro objetivo se determina, en primer lugar, el significado global de la integral definida, a través de un estudio histórico-epistemológico. Esto nos ha permitido en una segunda etapa, realizar una clasificación de las PAU, comparar el significado que de ellas se desprende con el global y, de esta manera, establecer los sesgos que determinan.

El análisis de los apuntes de clase de cuatro grupos seleccionados de 2º de Bachillerato de Ciencias donde se estudia la integral definida, nos ha posibilitado poner de manifiesto ausencias de algunos significados, énfasis en otros, etc., estos es, establecer el significado implementado y su concordancia con el deducido del análisis de las PAU. La investigación muestra como estas pruebas suponen una verdadera restricción institucional para la enseñanza de la integral definida.

Por último, con el objetivo de ver el efecto de estas restricciones en el aprendizaje de este objeto matemático se elaboró un cuestionario para los alumnos. El análisis cualitativo de los diferentes elementos de significado y su posterior codificación para un estudio cuantitativo nos ha permitido caracterizar los significados personales. Los resultados muestran los vacíos de significado y las dificultades que presentan los estudiantes de este nivel educativo.

**Título:** *Comprensión del concepto de integral definida en el marco de la teoría "APOE".*

**Autor:** Eliécer Aldana Bermúdez

**Director:** *Dra. M<sup>a</sup> Teresa González Astudillo*

**Fecha de lectura:** *10 de junio de 2011*

**Departamento:** *Didáctica de la Matemática y Didáctica de las Ciencias Experimentales.*

**Programa de doctorado:** *Educación Matemática*

**Universidad:** *Universidad de Salamanca*

**Tribunal evaluador:**

**Presidente:** *Dr. Matías Camacho Machín.*

**Secretaria:** *Dra. Laura Delgado Martín.*

**Vocales:**

*Dr. Ángel Contreras de la Fuente*

*Dr. Ángel Tocino García*

*Dra. Myriam Codes Valcarce*

**Calificación:** *Sobresaliente cum Laude*

**Resumen:**

Numerosas investigaciones han dado cuenta de las dificultades que los alumnos tienen en la comprensión del concepto de integral definida. En esta tesis se ha tratado de identificar

cómo se lleva a cabo esta comprensión siendo los sujetos estudiantes de la Licenciatura de Matemáticas colombianos que estudian por primera vez este concepto matemático. A partir de los resultados de investigaciones previas, se hace un estudio de algunos libros de texto para identificar los elementos matemáticos que configuran el concepto, y establecer una descomposición genética. Se ha utilizado como marco teórico “APOE” de Dubinsky (1991) construido a partir de la noción de abstracción reflexiva de Piaget aplicada al pensamiento matemático avanzado.

La recogida de datos se realizó utilizando tres instrumentos: un cuestionario, una entrevista y un mapa conceptual que permitieron la triangulación. Estos datos se analizaron a partir de las relaciones lógicas que se establecen entre los elementos matemáticos en diferentes sistemas de representación. El análisis conjunto de los tres instrumentos permitió caracterizar los niveles y subniveles (INTRA 1, INTRA, INTER 1, INTER y TRANS), en el que se encuentra cada sujeto, por las relaciones lógicas que establece entre los elementos que utiliza y por la síntesis entre los modos de representación gráfico, algebraico y analítico.

Entre las conclusiones se caracterizaron el tipo de relaciones lógicas utilizadas en los diferentes estadios de desarrollo y los elementos matemáticos que utilizan en cada nivel y cómo lo hacen puesto que muchas veces son usados de forma incorrecta y/o con concepciones erróneas. Esto permitió comprobar que la mayoría de los estudiantes se encuentran en el nivel INTER 1, y sólo uno alcanzó el nivel TRANS de desarrollo del esquema del concepto de Integral Definida.

**Título:** *Construcción del concepto de ecuación diferencial ordinaria en escenarios de resolución de problemas.*

**Autora:** Josefa Perdomo Díaz

**Directores:** *Dr. Matías Camacho Machín y Dr. L. Manuel Santos Trigo*

**Fecha de lectura:** *3 de diciembre de 2010*

**Departamento:** *Análisis Matemático*

**Programa de doctorado:** *Matemáticas*

**Universidad:** *Universidad de La Laguna*

**Tribunal evaluador:**

**Presidente:** *Dr. Pablo González Vera.*

**Secretario:** *Dr. Martín Manuel Socas Robayna.*

**Vocales:**

*Dr. Modesto Sierra Vázquez*

*Dr. Carmen Azcárate Giménez*

*Dra. Mar Moreno Moreno*

**Calificación:** *Sobresaliente cum Laude*

**Resumen:**

La investigación realizada consta de dos fases. En la primera se consideró un problema de aprendizaje: analizar la forma en que los estudiantes utilizan sus conocimientos matemáticos para responder a cuestiones y resolver problemas relacionados con las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO). Para ello se diseñó un cuestionario relativo a los conceptos de EDO, solución y campo de direcciones que fue contestado por un grupo de estudiantes de

las licenciaturas en Física y Matemáticas que habían recibido formación de este tópico. El análisis de las respuestas de estos alumnos a las preguntas y los problemas del cuestionario reflejó tres aspectos principales: (a) mostraban dificultades para establecer relaciones entre el concepto de EDO y el de derivada de una función, tendiendo a reducir el tratamiento de las EDO a la búsqueda de un algoritmo que resolviera tipos particulares de ecuaciones, lo que limitó sus posibilidades para abordar problemas presentados en un contexto no matemático; (b) interpretaban las soluciones de una EDO como una función que verifica la ecuación o como el resultado de aplicar el método de resolución correspondiente, sin establecer relaciones entre ambos significados; (c) no utilizaban representaciones gráficas para explorar significados y relaciones matemáticas y tenían dificultades para establecer relaciones entre distintos tipos de representaciones.

Estos resultados nos condujeron a plantearnos el diseño de un modelo de enseñanza que promoviera el desarrollo de habilidades y capacidades matemáticas como la reflexión y el razonamiento acerca de los diferentes significados asociados a un mismo concepto matemático, las relaciones entre ellos y cómo surgen nuevos conceptos a partir de él. Este es el problema que se aborda en la segunda fase de la investigación, mediante la propuesta de un modelo de enseñanza para introducir las EDO en un ambiente de resolución de problemas, en el que se utilizó la calculadora Voyage<sup>TM</sup>200 como herramienta tecnológica que favorece el desarrollo del pensamiento matemático avanzado y se modificaron los roles habituales del profesor y el estudiante. El elemento principal de este modelo de enseñanza es un Módulo, diseñado por el equipo de investigación y compuesto por tres problemas, en el que se introduce el concepto de EDO a partir de diferentes significados asociados con el concepto de derivada de una función y haciendo explícitas cinco fases de resolución: comprensión y análisis de la situación, solución del caso particular, planteamiento y solución de casos generales y análisis retrospectivo del proceso de solución.

El análisis del progreso de los estudiantes en el módulo reflejó que el modelo de enseñanza contribuyó a fortalecer la red de significados que los alumnos habían construido en torno al concepto de derivada, incluyendo en la misma el concepto de EDO, y que desarrollaran habilidades y capacidades fundamentales para la resolución de problemas como los procesos de representación, interpretación o verificación, el uso de heurísticas y de estrategias de auto control del proceso de resolución. El uso de la calculadora Voyage<sup>TM</sup>200 promovió el desarrollo de procesos del pensamiento matemático avanzado, como la abstracción o la generalización, y la interacción entre los estudiantes favoreció que expresaran, contrastaran, verificaran y justificaran sus argumentos.

**Título:** *Programa de Formación Continua para el profesorado de Matemática: Desde un Enfoque de Enseñanza Centrado en el Alumno.*

**Autora:** Analinnette Lebrija Trejos

**Director:** César Sáenz Castro, *Profesor Titular de Universidad del Área de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad Autónoma de Madrid*

**Fecha de lectura:** 19 de noviembre de 2010

**Universidad:** *Facultad de Formación del Profesorado y Educación de la Universidad Autónoma de Madrid*

**Tribunal evaluador:****Presidente:** *Dr. Tomás Ortega del Rincón.***Secretario:** *Dr. Joaquín Paredes Labra.***Vocales:***Dra. Pilar Azcárate Goded**Dra. María Rodríguez Moneo**Dra. Isabel Brincones Calvo***Calificación:** *Sobresaliente cum Laude***Resumen:**

Se informa de un Programa de Formación Continua (PFC) con acompañamiento para profesores de Matemática de los niveles medio y premedio (E.S.O y Bachillerato) en la República de Panamá. Dicho Programa se diseña, aplica y evalúa desde el enfoque teórico de Enseñanza Centrada en el Alumno de McCombs (2001). La investigación se desarrolla en tres etapas: En la primera, se construyó y validó un cuestionario abierto de evaluación de creencias hacia el proceso educativo y de conocimientos del profesorado sobre estrategias de enseñanza de la Matemática. En la segunda, se realizó una evaluación diagnóstica utilizando el cuestionario del primer estudio y un cuestionario de creencias del profesor, adaptado de McCombs y Whistler, (1997) tipo likert con 4 opciones de respuesta, que valora el nivel de acuerdo con aseveraciones relacionadas con concepciones de la enseñanza centradas en el alumno o adversas al mismo. En la tercera, se diseñó, desarrolló durante un año escolar y se evaluó el Programa propuesto que busca fomentar creencias positivas y estrategias docentes adecuadas para promover el aprendizaje significativo de la Matemática. Los resultados de la investigación muestran que de partida los profesores tienen una visión tradicional de enseñanza de la Matemática y promueven casi exclusivamente un aprendizaje de algoritmos y menos de solución de problemas. Después del PFC se consigue un cambio hacia un enfoque de enseñanza más centrado en el alumno. Durante la investigación se logra la colaboración de docentes e investigadores de las dos principales entidades educativas públicas nacionales: la Universidad de Panamá y el Ministerio de Educación; el PFC continúa como un programa permanente en algunas escuelas

**PARABRAS CLAVES:** Creencias docentes, estrategias de enseñanza centradas en el alumno, enseñanza de las matemáticas, formación del profesorado.

**Título:** *Conocimiento Matemático para la Enseñanza en Bachillerato. un estudio de dos casos.*

**Autora:** Leticia Sosa Guerrero**Director:** *José Carrillo Yáñez***Fecha de lectura:** *27 de enero de 2011***Departamento:** *Departamento de didáctica de las Ciencias (Sociales, Experimentales y Matemáticas) y Filosofía***Programa de doctorado:** *Investigación en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias Experimentales, Sociales y Matemáticas.***Universidad:** *Universidad de Huelva***Tribunal evaluador:**



**Presidente:** *Dr. Joao Pedro Mendes da Ponte.*

**Secretaria:** *Dra. Nuria Climent Rodríguez.*

**Vocales:**

*Dr. Luis Carlos Contreras González*

*Dra. Rosa María Farfán Márquez*

*Dra. Lourdes Figueiras Ocaña*

**Calificación:** *Sobresaliente por Unanimidad con mención Cum Laude*

**Resumen:**

El proyecto de tesis doctoral surge a partir de dos problemáticas, una social y otra teórica. La social se refiere a la notoria ausencia de una institución que tenga la encomienda de reglar la consistencia de la formación (inicial y continua) de los profesores de bachillerato. A la inconsistencia y escasez de propuestas formativas, hemos de añadir la problemática teórica, la ausencia de un modelo teórico que describa específicamente el conocimiento matemático para la enseñanza (MKT[1]) en bachillerato. A partir de estas dos problemáticas, en el estudio se plantea la pregunta: ¿qué dominios del conocimiento matemático para la enseñanza evidencia en la práctica un profesor que enseña matemáticas en bachillerato? Y para contestar esa pregunta de investigación nos fijamos el objetivo general de identificar y profundizar en la comprensión de los distintos subdominios del MKT que el profesor de bachillerato pone en acción.

En el desarrollo de esta investigación presentamos las bases teóricas que consideramos indispensables para desarrollar la investigación. En ella se encuentra inmersa la lente a partir de la cual miramos, analizamos y conjeturamos acerca del problema, la pregunta y los objetivos de la investigación, es decir, el modelo teórico del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT) propuesto por Ball, Thames y Phelps (2008). En nuestro estudio consideramos al profesor como profesional poseedor de un conocimiento profesional en el cual el MKT juega un papel primordial; y por ello, en el segundo apartado explicitamos lo que entendemos por conocimiento profesional y las distintas caracterizaciones sobre la naturaleza del conocimiento profesional. Presentamos tres grandes pilares en los estudios sobre el conocimiento profesional enfocado al conocimiento del contenido para la enseñanza: Elbaz, 1983; Schön, 1983; y Shulman 1986; y posteriormente tres posturas más centradas en el área de matemáticas: Davis y Simmt, 2006; Rowland, Huckstep y Thwaites, 2005; y Ball, Thames y Phelps, 2008.

Asimismo, exponemos el marco metodológico en el que hacemos explícitos además de la pregunta y los objetivos de investigación, los fundamentos, selección del paradigma y nuestra perspectiva ontológica, epistemológica y metodológica. A la luz de esos fundamentos, abordamos después el diseño metodológico, explicando el método (estudio de dos casos) y las técnicas que utilizamos para obtener la información cualitativa (instrumentos y proceso de recogida de la información, conversión de la información recogida en datos), así como los instrumentos de análisis de la información. Hacemos mención a nuestro acercamiento a la triangulación de las fuentes de datos y nuestras consideraciones sobre el rigor de la investigación y mencionamos los distintos acercamientos al análisis de la información. Defendemos que en esta clase de estudios (cualitativos) es fundamental exigirnos rigor en el análisis de la información para robustecer la confiabilidad de los resultados de la investigación.

Mostramos los resultados presentando los subdominios del MKT evidenciados en la

práctica de dos casos (profesoras). Para ello organizamos la presentación cronológica de los subdescriptores identificados en cada subdominio del MKT por subtema en nuestro estudio para cada uno de los dos casos. Explicamos cada caso y hacemos una comparación de los dos casos. Así, en el apartado referente a Discusión, presentamos varios descriptores o indicadores que dan luz a la especificidad de los distintos subdominios del MKT en bachillerato.

De esta forma, en la tesis doctoral se proporciona una matización del modelo del MKT en bachillerato y con él una serie de descriptores o indicadores para identificar y comprender los distintos subdominios del MKT que fungen como una base de dimensiones que ayuden a analizar a otros profesores, así como a tener en cuenta en la formación inicial y continua del profesorado de bachillerato.

[1] Denotamos el conocimiento matemático para la enseñanza con MKT por sus siglas en inglés (Mathematical Knowledge for Teaching) porque es un término bastante acuñado por Deborah Ball y su grupo de investigación (eg. Ball et al. (2008)).

**Título:** *Continuity in Mathematics Education. Mathematics Teachers in the Transition to Secondary School.*

**Autora:** Saínza Fernández

**Directora:** *Lourdes Figueiras Ocaña*

**Fecha de lectura:** *junio de 2011*

**Departamento:** *Departament de Didàctica de la Matemàtica i les Ciències Experimentals*

**Programa de doctorado:** *Investigación en didáctica de las ciencias experimentales y las matemáticas.*

**Universidad:** *Universitat Autònoma de Barcelona*

**Tribunal evaluador:**

**Presidente:** *Dr. Joao Pedro Mendes da Ponte.*

**Secretario:** *Dr. Jordi deulofeu Piquet.*

**Vocales:**

*Dr. José Carrillo Yañez*

**Calificación:** *Sobresaliente con mención Cum Laude. Doctorado con mención europea*

**Resumen:**

Esta investigación enfatiza la importancia del conocimiento matemático del profesorado para garantizar una educación matemática continua. Desde esta perspectiva de continuidad se explora el papel del docente de matemáticas en la transición de primaria a secundaria, un contexto especialmente adecuado para la investigación, en la medida que resulta una transición particularmente brusca, problemática y en suma, discontinua en la experiencia educativa del estudiante. Además, los distintos roles del maestro de primaria y el profesor de secundaria apuntan a diferencias en el conocimiento matemático.

El eje principal de la investigación es la creación, mediante el método Delphi, de un grupo de discusión de expertos profesionales. Resaltamos de esta manera la importancia de considerar el conocimiento aportado por la experiencia del docente a la hora de abordar esta problemática desde una perspectiva teórica. Tanto la complejidad inherente al proceso de transición a secundaria como las conclusiones parciales y finales obtenidas en la discusión

del grupo estructuran esta investigación. Las diferentes partes de la memoria dan cuenta de la multiplicidad de perspectivas que ofrece la exploración de la continuidad en la educación matemática y el papel del conocimiento del profesorado en la misma. Todas las posiciones teóricas y metodológicas resultan complementarias en el marco de nuestra investigación.

En la tesis se describe el desarrollo, análisis y conclusiones parciales y globales derivadas de la discusión de un grupo de expertos en educación matemática y se explica la metodología Delphi que hemos utilizado para su creación. El método Delphi permite explorar utilizando la combinación de técnicas cuantitativas y cualitativas la opinión del grupo sobre los factores que afectan a la transición en matemáticas y los conocimientos necesarios en maestros y profesores para allanar el camino del estudiante durante el proceso de transición. Del estudio Delphi derivan dos aportaciones fundamentales: un modelo teórico que atienda el conocimiento del profesor de matemáticas desde una perspectiva de continuidad y conclusiones que tienen que ver con la atención a la diferenciación de estudiantes en la transición a las matemáticas en secundaria. Ambas aportaciones son fruto de una investigación basada en la observación de clases de matemáticas en el último curso de primaria y el primero de secundaria.

La investigación ha permitido dibujar un perfil específico para el profesor de matemáticas que atiende la transición, diferente según se trate del maestro de primaria o el profesor de secundaria, y una caracterización teórica del conocimiento matemático del profesorado para una educación matemática continua. La combinación de los resultados obtenidos en la revisión bibliográfica, el grupo de discusión y la observación de aula han concluido con diversas aportaciones que resaltan la complejidad de esta problemática y apuntan al profesor con su conocimiento matemático y a programas de formación como aspectos clave para atender la transición a las matemáticas de secundaria y, de una manera más global, para atender la continuidad en la enseñanza de las matemáticas.

**Título:** *La introducción del álgebra elemental y su desarrollo hacia la modelización funcional.*

**Autora:** Noemí Ruiz Munzón

**Directores:** *Marianna Bosch i Casabò, Josep Gascón Pérez*

**Fecha de lectura:** *17 de diciembre de 2010*

**Departamento:** *Matemáticas*

**Programa de doctorado:** *Matemáticas*

**Universidad:** *Autónoma de Barcelona*

**Tribunal evaluador:**

**Presidente:** *Dr. Yves Chevallard.*

**Secretario:** *Dr. Lluís Alsedà Soler.*

**Vocales:**

*Dr. Vicent Font Moll*

**Calificación:** *Excelente con mención Cum Laude.*

**Resumen:**

Nuestra investigación parte de los trabajos en torno al problema didáctico del álgebra elemental realizados por el investigador francés Yves Chevallard (1984, 1986, 1989a, 1989b,

1990a y 1990b). En estos trabajos se puso de manifiesto que la función principal del álgebra no es la de generalizar la aritmética sino la de modelizar sistemas intra-matemáticos o extra-matemáticos. Afirmando que la enseñanza del álgebra debe promover una dialéctica entre el manejo formal del cálculo algebraico y el contenido de los sistemas numéricos. Siguiendo en esta línea de investigación diversos trabajos en el seno de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) han cuestionado el modelo epistemológico-didáctico del álgebra elemental dominante en las instituciones escolares, el cual ha sido caracterizado como una aritmética generalizada (Bolea, 2003). Esta concepción del álgebra elemental es incompatible con el modelo epistemológico general de la actividad matemática que propone la TAD. Además dicha concepción, junto con otros aspectos de la epistemológica dominante escolar actual, limita la actividad matemática que es didácticamente viable en Secundaria. Una de las consecuencias más destacables es la contribución a la desarticulación de la matemática escolar (Fonseca, 2004), en particular de las relaciones funcionales elementales (García, 2005). En esta memoria tomamos como objeto de estudio el problema didáctico del paso de lo numérico a lo algebraico y el paso de la modelización algebraica al cálculo diferencial. De acuerdo con lo que se entiende en la TAD por “enseñar” y “aprender” matemáticas, hemos construido un modelo epistemológico de referencia (MER) del álgebra elemental y de su posterior desarrollo hacia la modelización funcional. En el que el álgebra se identifica en primera instancia como un instrumento de modelización de todo tipo de praxeologías u organizaciones. La descripción del MER está constituida por una sucesión de praxeologías u organizaciones matemáticas progresivamente más amplias y completas que hemos organizado en: las tres etapas del proceso de modelización algebraica que se articulan con los tres niveles de modelización funcional.

Partiendo de este modelo hemos experimentado cuatro Actividades de Estudio e Investigación (AEI) que enfatizan alguna de las etapas del proceso de modelización algebraico-funcional: la primera se focaliza en la introducción “funcional” del álgebra para los primeros cursos de la enseñanza secundaria obligatoria mediante un cuestionamiento tecnológico apoyado en la noción de Programa de Cálculo Aritmético, la segunda y tercera en posibles desarrollos del instrumento algebraico (ubicándose en las diferentes etapas del proceso de modelización algebraica) y, finalmente, la cuarta AEI se desarrolla en la enseñanza secundaria postobligatoria alrededor de los niveles de modelización algebraico-funcional. El análisis clínico de estas propuestas didácticas, que han sido experimentadas durante varios cursos escolares y centros de Secundaria, muestra algunas carencias matemático-didácticas y restricciones que pesan sobre la ecología de la modelización algebraico-funcional en los actuales sistemas de enseñanza españoles y hemos apuntando, en algunos casos, gestos didácticos que contribuyen a su superación.