

REUNIÓN DEL GRUPO  
“Aprendizaje de la Geometría”  
XXIV SEIEM. VALENCIA  
8 – 10 septiembre 2021



Moderador: Ángel Gutiérrez

**Aulas P1.2 y P1.3**

**Viernes 10, 15:00 – 17:30 h**

- 15:00 - 15:05 h. Inicio y organización de la sesión de grupo.
- 15:05 - 15:30 h. Comunicación 1: Demostración automática de teoremas geométricos con GeoGebra. Tomas Recio (Universidad de Cantabria).
- 15:35 - 16:00 h. Comunicación 2: *Cuestionario de medición del nivel 5 de Van Hiele*. Alberto Arnal-Bailera; Víctor Manero (Universidad de Zaragoza).
- 16:05 - 16:30 h. Comunicación 3: *Proyecto GeoGebra y Currículum*. Steven van Vaerenbergh (Universidad de Cantabria).
- 16:35 - 17:00 h. Comunicación 4: *Empleo del software de realidad virtual inmersiva Neotrie VR para la enseñanza y aprendizaje de la geometría y la topología en el espacio*. José Luis Rodríguez Blancas; Isabel M<sup>a</sup> Romero Albaladejo (Universidad de Almería).
- 17:05 - 17:30 h. Comunicación 5: *Realidad vVirtual y realidad aumentada. Experimentación con dos entornos tecnológicos para el aprendizaje de la geometría*. Dante Yvan Chavil Montenegro<sup>1</sup>, Ángel Gutiérrez<sup>2</sup>, José Luis Rodríguez Blancas<sup>1</sup>, Isabel M<sup>a</sup> Romero Albadalejo<sup>1</sup>, Camilo Sua Flórez<sup>2</sup> (<sup>1</sup>Universidad de Almería, <sup>2</sup>Universidad de Valencia).

Cada comunicación dispondrá de 25 minutos, repartidos en 15 minutos para la presentación y 10 minutos para discusión con los asistentes.

**Comunicación 1 (viernes 10, 15:05 h)**

**Demostración automática de teoremas geométricos con GeoGebra**

Tomas Recio (trecio@nebrija.es)  
Universidad de Cantabria

**RESUMEN:**

En la charla se presentará un resumen del estado del arte, en lo que se refiere a la creación, implementación y mejora de las herramientas de razonamiento automático actualmente disponibles en GeoGebra. Finalmente, se reflexionará sobre el potencial papel de estas herramientas en el contexto educativo.

Se trata del resultado del trabajo desarrollado a lo largo de varios años por un numeroso equipo de personas, entre las que querría destacar a F. Botana (fbotana@uvigo.es), Z. Kovács (zoltan@geogebra.org) y M. Pilar Vélez (pvelez@nebrija.es).

Referencias recientes

- Kovacs, Z.; Recio, T.; Velez, M.P. : "Automated Reasoning Tools with GeoGebra: What are they? What are they good for?" In: Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence; Richard, P.R., Vélez, M.P., Van Vaerenbergh, S., Eds.; Series: Mathematics Education in the Digital Era; Springer Nature Switzerland AG, 2022 (aceptado).
- Kovacs, Z.; Recio, T.; Velez, M.P. : "Merging Maple and GeoGebra Automated Reasoning Tools." In: Maple in Mathematics Education and Research, Corless R. M., Gerhard, J. and Kotsireas, I. (eds). Series: Communications in Computer and Information Science. Springer Nature Switzerland AG, 2021, (to appear).
- Etayo-Gordejuela, F., de Lucas-Sanz, N., Recio, T., Vélez, M.P.: "Inventando teoremas con GeoGebra: un nuevo Teorema de la Altura". Boletín de la Soc. Puig Adam, No. 111, Abril 2021, pp. 8—27.
- Botana F.; Kovács Z.; Recio T.: "A mechanical geometer". Mathematics in Computer Science, online Nov. 20, 2020. <https://doi.org/10.1007/s11786-020-00497-7>
- Kovács Z.; Recio T.: "GeoGebra reasoning tools for humans and for automatons". Electronic Proceedings of the 25th Asian Technology Conference in Mathematics, December 14-16, 2020. ISSN 1940-4204 (online version).  
<http://atcm.mathandtech.org/EP2020/invited/21786.pdf>
- Kovács, Z.; Recio, T.; Richard, P.R.; Van Vaerenbergh, S.; Vélez, M.P.: "Towards an Ecosystem for Computer-Supported Geometric Reasoning". International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. Nov. 2, 2020 (on-line).  
<https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1837400>
- Recio, T.; Van Vaerenbergh, S.; Vélez, M. P.: "Herramientas de Razonamiento Automático en GeoGebra: qué son y para qué sirven". Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática. Año XVI - Número 59. Agosto 2020, páginas 08-15.  
<https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/202>
- Hohenwarter, M.; Kovacs, Z.; Recio, T. : "Using GeoGebra Automated Reasoning Tools to explore geometric statements and conjectures". In Hanna, G., de Villiers, M., Reid, D. (Eds.), Proof Technology in Mathematics Research and Teaching, Series: Mathematics Education in the Digital Era, Vol. 14, 2019, p. 215-236. Springer Cham.  
[https://doi.org/10.1007/978-3-030-28483-1\\_10](https://doi.org/10.1007/978-3-030-28483-1_10)

## **Comunicación 2 (viernes 10, 15:35 h)**

### **Cuestionario de medición del nivel 5 de Van Hiele**

Alberto Arnal-Bailera; Víctor Manero  
Universidad de Zaragoza

#### **RESUMEN:**

La producción de cuestionarios que midan correctamente los niveles de Van Hiele de razonamiento geométrico ha sido un tema muy estudiado durante muchos años. Uno de los primeros autores en preocuparse por la medición del nivel de Van Hiele presentado por los alumnos fue Usiskin (1982).

Unos años más tarde Burguer y Shaughnessy, (1986) plantean una hipótesis interesante en la medición de los niveles de Van Hiele y es que quizá las herramientas tipo test no sean las mejores para medir el razonamiento geométrico. Por ello diseñan un cuestionario de respuesta abierta para medir los niveles del 1 al 4. Cabe destacar que por una parte las respuestas de tipo abierto nos van a aportar mucha más información que las cuestiones de tipo opción múltiple,

pero por otra parte la asignación de una respuesta a un nivel o a otro se va a complicar mucho. Por ello los autores describen unos indicadores de nivel sobre los que se apoyan para determinar que una cierta respuesta pertenece a un cierto nivel.

Continuando con la idea de los indicadores de nivel establecida por Burger y Shaughnessy (1986) para asignar a una respuesta un nivel u otro, Gutiérrez y Jaime (1994) van un paso más allá describiendo indicadores de nivel para los diferentes procesos clave que aparecen en los niveles de Van Hiele: Identificación, definición, clasificación y demostración describiendo también cuáles de estos procesos entran en juego en los distintos niveles y cuáles no. Con todo este marco teórico Gutiérrez y Jaime (1995) diseñan un cuestionario con preguntas sobre polígonos en el plano dotado de 8 superítems (ítems con subapartados) y que permite valorar los niveles de Van Hiele (del 1 al 4) junto con su grado de adquisición.

Cuestionarios similares destinados a medir distintos aspectos de la geometría escolar, siempre destinados a los niveles del 1 al 4, han sido desarrollados en diferentes trabajos. El presentado en (Lawrie, Pegg y Gutiérrez, 2000) centrado en poliedros, o algunos focalizados en el concepto de semejanza (Gualdrón y Gutiérrez, 2007; Aravena, Gutiérrez y Jaime, 2016).

Pero...¿qué pasa con la medición del nivel 5 de Van Hiele?

En todo este recorrido que hemos realizado a lo largo de la medición de los niveles de Van Hiele, vemos que sólo un autor (Usiskin, 1982) se ha atrevido a diseñar herramientas de evaluación que midan el nivel 5 de Van Hiele. Por su parte Mayberry (1983) describió algunas ideas sobre las posibles características de las preguntas diseñadas a medir el nivel 5 de Van Hiele. Más recientemente Blair (2004) plantea un posible formar de trabajar el nivel 5 de van Hiele lo cual nos permite aventurar más posibles características deseables de cuestiones destinadas a medir en nivel 5.

Dicho todo esto, nuestra investigación incipiente tiene por objetivos:

- Describir que características debe tener un buen cuestionario que permita medir también el nivel 5 de Van Hiele de razonamiento geométrico.
- Diseñar y validar un buen cuestionario que permita medir también el nivel 5 de Van Hiele de razonamiento geométrico.

Nuestra intención es presentar y poner en común con en el grupo, algunas de las ideas que hemos extraído de la literatura relacionada acerca de qué características debe tener un buen cuestionario que mida el nivel 5 de van Hiele. Además, presentaremos al grupo una de las cuestiones de un primer cuestionario piloto que hemos elaborado siguiendo las características anteriores, y el cual hemos pasado a alumnos del máster de profesorado.

### **Comunicación 3 (viernes 10, 16:05 h)**

## **Proyecto GeoGebra y Currículum**

Steven van Vaerenbergh  
Universidad de Cantabria

#### **RESUMEN:**

En esta charla se dará a conocer el proyecto “GeoGebra y Currículum” cuyo objetivo es la creación de un catálogo de recursos basados en GeoGebra para cubrir gran parte del currículum de matemáticas actual de la educación primaria y secundaria. Este proyecto, que es promovido por la FESPM, está siendo desarrollado por un grupo de trabajo de profesores colaboradores de distintas sociedades y asociaciones a nivel nacional, y cuenta con la colaboración del CIEM, el INTEF, el Instituto GeoGebra de Cantabria y la Asociación Catalana de GeoGebra.

#### Comunicación 4 (viernes 10, 16:35 h)

### **Empleo del software de realidad virtual inmersiva Neotrie VR para la enseñanza y aprendizaje de la geometría y la topología en el espacio**

José Luis Rodríguez Blancas; Isabel M<sup>a</sup> Romero Albaladejo  
Universidad de Almería

#### RESUMEN:

El software de realidad virtual inmersiva NeoTrie VR para la enseñanza y aprendizaje de la geometría se viene desarrollando desde 2017 en la Universidad de Almería. En la actualidad, se están empezando a realizar investigaciones sobre su uso en las aulas. En esta reunión presentaremos dos indagaciones llevadas a cabo el pasado curso. La primera explora el empleo del software para enseñar el concepto de prisma a estudiantes para Maestro y a escolares de 6º de Primaria, siguiendo el modelo de Vinner, y utilizando gafas VR para móviles. La segunda muestra el uso del mismo en el grado de Matemáticas como pizarra 3d para explicar a distancia elementos de geometría elemental y topología en el espacio.

#### Comunicación 5 (viernes 10, 17:05 h)

### **Realidad virtual y realidad aumentada. Experimentación con dos entornos tecnológicos para el aprendizaje de la geometría**

Dante Yvan Chavil Montenegro<sup>1</sup>, Ángel Gutiérrez<sup>2</sup>, José Luis Rodríguez Blancas<sup>1</sup>, Isabel M<sup>a</sup> Romero Albadalejo<sup>1</sup>, Camilo Sua Flórez<sup>2</sup>  
<sup>1</sup> Universidad de Almería      <sup>2</sup> Universitat de València

#### RESUMEN:

La Realidad Aumentada (RA) y la Realidad Virtual (RV) son dos entornos tecnológicos que, de maneras diferentes, van más allá de la presentación de imágenes de objetos matemáticos manipulables en la pantalla del ordenador y tratan de relacionarlos con el mundo real. La RA utiliza el entorno real en el que se sitúa el usuario y le incorpora objetos virtuales. La RV crea entornos virtuales inmersivos, que rodean al usuario y le generan la sensación de estar viviendo en un contexto real, con la posibilidad de interactuar con las figuras geométricas por medio de controladores o mandos.

Esta presentación tiene el objetivo de permitir a los asistentes experimentar, aunque sea brevemente, ambos entornos, resolviendo algunos problemas de geometría espacial planteados en dichos entornos, GeoGebra AR y NeoTrie VR, respectivamente. Para la RA, se requerirá de los participantes un conocimiento previo básico de uso de las herramientas de GeoGebra 3d y usar su propio teléfono inteligente. Para la experiencia con NeoTrie VR se usarán dispositivos Oculus Quest 2 con mandos, y gafas RV para móviles que permitirán a los participantes ver tanto vídeos 3d pregrabados como retransmisiones de las Quest.