

CONOCIMIENTO Y DESARROLLO PROFESIONAL DEL PROFESOR

Cordinadora: Ceneida Fernández (Universidad de Alicante)

E-mail: desarrolloprofesional.seiem@gmail.com

El grupo de investigación sobre Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor, se reunió en una sesión de trabajo durante el XXIV Simposio de la SEIEM celebrado en Valencia. En esta ocasión se desarrolló un taller y una mesa redonda. El taller se centró en reflexionar sobre los contenidos de matemáticas y su didáctica en las guías docentes de las asignaturas del Grado de Maestro en Educación Infantil. La mesa redonda tuvo por título: Resolución de problemas y formación profesores: Semblanza a M^a Luz Callejo y Pepe Carrillo.

A continuación, se presenta la agenda de trabajo realizada y un breve resumen de los contenidos desarrollados.

Jueves 9 de septiembre. Hora: 11:00-13:30.

Taller (11:00-12:10). Reflexionando sobre los contenidos de matemáticas y su didáctica en las guías docentes de las asignaturas del Grado de Maestro en Educación Infantil.

Presentan: Miriam Méndez, Juan M. Belmonte, Mónica Ramírez, Noemí Pizarro, Mar Liñán, Víctor Barrera, Esperanza Hernández, M. Cinta Muñoz-Catalán y Nuria Joglar.

Mesa Redonda (12:15-13:25). Resolución de problemas y formación de profesores: Semblanza de M^a Luz Callejo y Pepe Carrillo

Coordina: Maite González Astudillo (Universidad de Salamanca)

Participan: Luis Carlos Contreras (Universidad de Huelva), Nuria Climent (Universidad de Huelva), Salvador Llinares (Universidad de Alicante) y Ceneida Fernández (Universidad de Alicante)

TALLER

TÍTULO: Reflexionando sobre los contenidos de matemáticas y su didáctica en las guías docentes de las asignaturas del Grado de Maestro en Educación Infantil

Autores: Miriam Méndez, Juan M. Belmonte, Mónica Ramírez, Noemí Pizarro, Mar Liñán, Víctor Barrera, Esperanza Hernández, M. Cinta Muñoz-Catalán y Nuria Joglar.

Duración: 1 hora y 10 minutos

Resumen: La importancia de una buena formación en matemáticas en edades tempranas y la creciente investigación en la formación de los futuros maestros en Educación Infantil ha motivado este taller. Se presenta una actividad de reflexión sobre los contenidos como aparecen formulados en las guías docentes de las asignaturas obligatorias *Matemáticas y su didáctica* del Grado de Maestro en Educación Infantil en las universidades públicas españolas, y las posibles interpretaciones que pueden desprenderse de dicha formulación, dependiendo del perfil del formador que las use para el diseño de su práctica docente. Utilizaremos el modelo teórico del conocimiento especializado del profesor de matemáticas MTSK (Carrillo *et al.*, 2018).

La actividad se divide en tres fases: 1.- Presentación de la investigación: antecedentes, objetivos; 2.- Clasificación de los contenidos y reflexión grupal; 3.- Puesta en común y conclusiones del análisis.

Preguntas de investigación:

- ¿Qué contenidos enfatizarían los distintos perfiles de formadores según los enunciados de los mismos?
- ¿Cómo deberían ser enunciados los contenidos de las guías docentes de las asignaturas del Grado de Maestro en Educación Infantil para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas?

Estructura del taller:

1. Presentación de la actividad:

- Justificación y antecedentes;

- Objetivos de la actividad:

- Cuestionar lo declarado en los distintos apartados de las guías docentes de las asignaturas de *matemáticas y su didáctica* y sus posibles aplicaciones para mejorar la formación de los futuros maestros de Educación Infantil;
- Iniciar una reflexión conjunta sobre los contenidos básicos matemáticos y didácticos a impartir en el Grado de Maestro en Educación Infantil;

2. Explicación de los bloques de contenidos y de procesos según el NCTM y las categorías del modelo teórico del MTSK para identificar los conocimientos especializados para enseñar matemáticas que deben trabajarse en el Grado de Maestro en Educación Infantil.

3. Análisis y reflexión grupal sobre la formulación de los contenidos presentes en las guías de dos universidades españolas para que los presentes puedan tratar de clasificarlos. Consideración de las interpretaciones posibles que el formador que imparte la asignatura puede realizar sobre la base de dicha formulación.

4. Reflexiones finales y conclusiones.

MESA REDONDA

Título: Resolución de problemas y formación de profesores: Semblanza de M^a Luz Callejo y Pepe Carrillo

Coordina: Maite González Astudillo (Universidad de Salamanca)

En la mesa redonda **participan:**

Luis Carlos Contreras (Universidad de Huelva)

Nuria Climent (Universidad de Huelva)

Salvador Llinares (Universidad de Alicante)

Ceneida Fernández (Universidad de Alicante)

La mesa redonda tendrá la siguiente estructura:

- Introducción. Presenta: Maite González Astudillo (10 minutos)
- Aportaciones a la resolución de problemas y a la formación del profesorado en la obra de José Carrillo Yáñez. Presenta: Luis Carlos Contreras (15 minutos)
- Aportaciones a la resolución de problemas y a la formación del profesorado en la obra de M^a Luz Callejo de la Vega. Presenta: Salvador Llinares (15 minutos)
- Relaciones entre las aportaciones de José Carrillo y M^a Luz Callejo. Presentan: Nuria Climent y Ceneida Fernández (10 minutos)
- Discusión (20 minutos)
- Cierre. Presenta: Maite González Astudillo (5 minutos)

Aportaciones a la resolución de problemas y a la formación del profesorado en la obra de José Carrillo Yáñez

L. C. Contreras y N. Climent

José (Pepe) Carrillo y la RP son inseparables. Ya de estudiante, le gustaba retornos con problemas mostrando que la esencia del aprendizaje de las matemáticas no es aplicar la teoría, sino comprenderla resolviendo problemas. Este reto lo mantuvo con alguno de nosotros mientras compartimos despacho; era el desayuno de cada mañana.

Para Pepe, resolver problemas era la esencia de las matemáticas y, consecuentemente, entendía que la mejor manera de aprender matemáticas era resolviendo problemas, además de ser un sistema equitativo de aprendizaje que ayuda a formar a ciudadanos críticos, como se desprende de su artículo del número 24 de Suma, en 1997:

La resolución de problemas, como tarea compleja que es, ofrece la posibilidad para organizar la diversidad de niveles existentes en el aula, es un marco ideal para la construcción de aprendizaje significativo (parafraseando a Claxton, 1984, diremos que este es el único tipo de aprendizaje que propicia el progreso del hombre) y fomenta el gusto por la matemática (incardinada en la realidad) y el desarrollo de una actitud abierta y crítica, objetivos de gran valor educativo. (Carrillo y Contreras, 1997).

Para Pepe la resolución de problemas no es un apéndice de la clase, del libro de texto o de la actividad del aula, es el centro de la misma y la vía para que el estudiante aprenda matemáticas, haciendo matemáticas a través de actividades que le supongan un reto.

Por eso, cuando obtuvo su plaza como Catedrático de Educación Secundaria, la resolución de problemas conformó la columna vertebral de su actividad docente. Esa línea de trabajo propició que, desde los distintos CEPs de Andalucía, se le llamara para desarrollar cursos para profesores en activo en este ámbito, actividad que continuó desarrollando una vez que se incorporó a la UHU.

Lo que le atraía de la universidad era la posibilidad de investigar y hacer su tesis doctoral, y era la resolución de problemas lo que provocaba su inquietud. Le resultaba contradictorio ver que, el esfuerzo que dedicaba a la formación permanente del profesorado, en relación con la resolución de problemas, no tuviera una repercusión real en la práctica de las aulas de Educación Secundaria y su intención fue estudiar las razones. Fue así como su investigación se orientó hacia las concepciones de los profesores, sobre la matemática y sus procesos de enseñanza y aprendizaje, y su papel como resolutores, que condujo a su Tesis Doctoral en 1996. Pepe nos cuenta este proceso en su capítulo del libro Avances y realidades de la educación matemática (2015), en el que escribe también M. Luz y lo hace en primera persona, es casi como oír su voz:

Siendo profesor de enseñanzas medias (actualmente educación secundaria obligatoria y bachillerato), mi participación en la reforma de las enseñanzas medias (que luego sería LOGSE, Ley de Ordenación General del sistema

Educativo) fomentó mi inquietud por promover el aprendizaje de las matemáticas de un modo distinto al tradicional. La necesidad sentida por la innovación, al tiempo que el deseo por profundizar sistemáticamente en aspectos sobre las matemáticas, me llevó a buscar la posibilidad de realizar una tesis doctoral en didáctica de la matemática. La historia de la matemática y la resolución de problemas emergieron como candidatos, decantándome por este último, a sugerencia de mi director de tesis, el doctor Miguel de Guzmán, de la Universidad Complutense de Madrid. (Carrillo, 2015)

La orientación final de su investigación en relación con las concepciones fue sugerida por Alan Schoenfeld, a quien conoció en un curso de formación de asesores. Pepe había pensado centrar su investigación en los estudiantes, pero fue a sugerencia suya que cambió el foco hacia los profesores. Schoenfeld pensaba que, además de obtener más información de su objeto de estudio, podría *“establecer diferencias significativas [entre los informantes] para ofrecerlas como resultados de la tesis doctoral. Es así como surgió la idea de incluir las concepciones, al objeto de utilizar las tendencias didácticas del profesorado sobre la resolución de problemas”* (Carrillo, 2015).

Nos explica un poco más adelante las razones que le llevaron a iniciar su investigación:

La importancia del profesorado en cualquier reforma que se pretenda en el sistema educativo, su influencia en el aprendizaje del alumnado, y por tanto en la calidad de la educación y en la calidad de vida de la sociedad, fueron determinantes en la decisión de ubicar la mayor parte de la investigación en el ámbito del profesorado (conocimiento, concepciones, formación, desarrollo), sin perjuicio de la consideración de otros ámbitos igualmente relevantes y coadyuvantes (Carrillo, 2015).

Es patente que, desde muy pronto, empezó a codearse con investigadores relevantes en educación matemática. En el año 2000, con motivo del Año Mundial de las Matemáticas, editó un libro (Resolución de Problemas en los albores del siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos) en el que pudo invitar a participar a algunos de los más relevantes en este ámbito, como Kazuhiko Nunokawa, Nick Scott, Kaye Stacey, Olive Chapman, David Block, Martha Dávila, Patricia Martínez, Margarita Ramírez, Pedro Miguel González Urbaneja, Lorenzo Blanco y la propia M. Luz Callejo, con quien coincide en otras muchas publicaciones.

Como hemos dicho, su origen como profesor de Secundaria siempre estuvo presente en su trabajo, por ello, una vez en la universidad, la formación inicial y en papel de la RP en ella reorientó su trabajo. Escribe artículos en revistas que también leen los profesores de Primaria y Secundaria (Suma, Épsilon, Educación y Pedagogía, Investigación en la Escuela, ...), consciente de que publicar resultados de investigación en esas revistas es socialmente transformador. También colabora en la elaboración de materiales útiles para los profesores y para los estudiantes, como es el caso de la traducción del libro de *Pensar Matemáticamente*, de Mason, Burton y Stacey, en 1992.

Esta implicación en la transferencia de conocimiento queda patente en su artículo de la revista *Educação Matemática*, de 2020, en el que reporta una investigación acerca de

cómo los estudiantes formulan problemas, mostrando los beneficios que aporta a los profesores que se implican:

Tanto los investigadores de este artículo como los componentes del grupo PIE, dentro del cual se ha llevado a cabo esta investigación, consideran que el trabajo desarrollado ha incidido en su desempeño profesional y en el aprendizaje del alumnado. Con su difusión, se pretende fomentar su ejecución por otros docentes, dada la aportación que supone a la mejora de la enseñanza de las Matemáticas; puede emplearse tanto en formación de profesores, como de inspiración para que estos diseñen prácticas análogas, ya sean para el nivel educativo aquí propuesto o para otros. Sin buscar la generalización a partir de los resultados obtenidos, se considera que esta experiencia podría trasladarse a otras clases y cursos de Educación Primaria de características semejantes, posibilitando experiencias similares y comparar los resultados. (Fernández-Arellano y Carrillo, 2020)

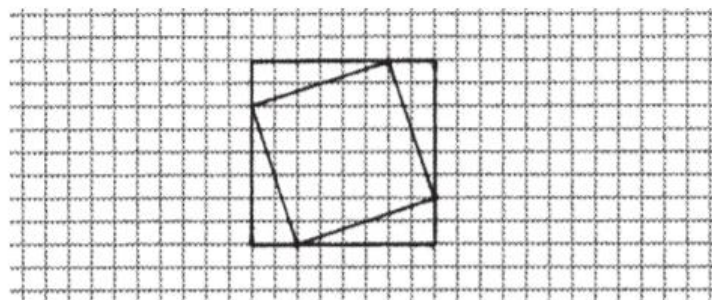
Las experiencias vividas dentro de este proyecto de investigación colaborativa provocaron su investigación sobre el conocimiento del profesor de matemáticas. Además, en algunas publicaciones sobre la investigación desarrollada dentro del PIE se plasma en qué medida la resolución de problemas es usada como herramienta para que los profesores reflexionen sobre su conocimiento matemático y didáctico, y a su vez este sea objeto de investigación. Así, en Climent y Carrillo (2003) podemos contemplar cómo intervenía Pepe en la investigación colaborativa con profesores. En el aula de Ana, una de las maestras del PIE, al proponer hacer de todas las formas posibles mitades en un círculo, un alumno sugiere la figura 1 que sigue.



Figura 1 (reproducida parcialmente de Climent y Carrillo, 2003)

Ana, de entrada, considera que así no se pueden hacer mitades, porque no se puede probar que, doblando, las dos partes extremas equivalgan a la central. Se discute entonces el caso en el que los dos segmentos dibujados sean más cercanos al centro de la circunferencia. Reflexionamos que si hay casos en que el área de los dos segmentos circulares es menor que la de la porción central y casos en los que es mayor, debe darse en algún momento la igualdad. Entonces Pepe propone el problema que sigue:

Se plantea a los alumnos una cuadrícula con el cuadrado exterior (de lado $8u$), cuyo lado queda dividido por el vértice del cuadrado interior en dos partes de medidas respectivas $2u$ y $6u$, siempre tomando como unidad de medida (u) la propia de la cuadrícula.



Formadores-investigadores: ¿Es el cuadrado interior la mitad (en el área) del cuadrado exterior?

Figura 2 (extracto de Climent y Carrillo, 2003, p. 397)

Este problema, que sirve para indagar sobre el conocimiento matemático de las maestras y sus concepciones sobre la matemática, tenía el objetivo de que entendieran el razonamiento anterior de casos límite.

De este modo, la resolución de problemas será una de las constantes en la investigación colaborativa con profesores, en el seno del PIE, de modo que, en el proceso de construcción de una imagen compartida de buena práctica por parte de los componentes del PIE, la resolución de problemas se constituye en caracterizador de la actividad matemática del aula y debe ser considerada por el profesor en su gestión del aula para no despojar la situación de su carácter de problema:

Para nosotros una buena práctica se caracteriza [...] por la diversidad de focos matemáticos, donde, en particular, el razonamiento y la resolución de problemas sea relevantes, el uso frecuente de contextos realistas en las actividades matemáticas, las cuales deben inducir un aprendizaje profundo, significativo, y no quedarse en lo mecánico, superficial o rutinario, y unas estrategias didácticas que conjuguen la exploración y la consideración de los conocimientos previos, tengan en cuenta la necesidad de motivar a los alumnos y la importancia del tipo de ayudas que pueden darse a los alumnos para apoyarles en su aprendizaje sin restarles responsabilidad al respecto. (Climent y Carrillo, 2007)

La observación de fragmentos de práctica de aula y su análisis identificando características de buena práctica en el sentido antes aludido, se constituye en una vía de desarrollo profesional compartido y de investigación sobre el conocimiento y el desarrollo profesional del profesor.

Ya en el año 2000 (número 3 de la Gaceta de la RSME) nos mostraba cómo los trabajos de Shulman permitían fundamentar la construcción de un conocimiento profesional donde la resolución de problemas ocupaba un papel central. Se refiere en este texto a actividades contextualizadas en aulas de Primaria o Secundaria donde la resolución de problemas es el foco, lejos de las tareas rutinarias que sabía que ocupaban a muchos estudiantes en su quehacer diario:

De las categorías elaboradas en el programa de Shulman, estas actividades [contextualizadas en aulas de Primaria o Secundaria] resultan especialmente útiles para desarrollar el Subject Matter Knowledge (conocimiento de y sobre el contenido) y el Pedagogical Content Knowledge (Conocimiento de Contenido Pedagógico). Especialmente este último, por su carácter de amalgama entre el conocimiento sobre la materia y sobre cómo enseñarla y por ser un conocimiento “que no se adquiere de forma mecánica o lineal, tampoco es enseñado en las instituciones de formación del profesorado, sino que representa una elaboración personal del profesor al enfrentarse al proceso de transformar en enseñanza el contenido aprendido o no durante su etapa formativa” (Marcelo y Parrilla, 1991; p. 31); al tratarse de un conocimiento más de casos (si se consigue ligar a la experiencia personal) y estratégico (siempre que ponga al profesor ante situaciones donde los principios teóricos pueden ser contradictorios, se potencie la capacidad de tomar decisiones y de justificar la razón de haberlas tomado) que proposicional (Shulman, 1986). (Carrillo y Contreras, 2000)

Como hemos indicado, le preocupaba el papel de la resolución de problemas en la formación inicial y el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas y la forma en que los resultados de la investigación en este ámbito podían calar en las aulas. Así, en el número 25 de Educación y Pedagogía, de 2003, vinculaba el aprendizaje del profesor al aprendizaje del alumno, en el sentido de que resolviendo problemas y enseñando a resolver problemas se vislumbra una forma diferente y motivadora de aprender:

Un posible y constatado camino para que el profesor tome un papel activo en la implementación de las recomendaciones administrativas, coincidentes en ocasiones (como la que nos ocupa) con las recomendaciones que proceden del área de Didáctica de la matemática, es que conceptualice su labor como la de un aprendiz, que haga suya la frase de Feiman-Nemser y Buchman, «Aprender de la enseñanza [es] parte del trabajo de enseñar» (1988, 312). Para ello, es necesario que el profesor vincule el desarrollo de los alumnos a su propio desarrollo profesional. (Carrillo, 2003)

Para Pepe, un buen profesor de matemáticas ha de ser un profesional reflexivo, que ponga en cuestión de forma permanente su actuación docente, tomando el pulso a aquello que sucede en el aula. La evaluación formaba parte de esa forma de control. Compartía la idea de que la forma en que evalúas caracteriza tu modelo de enseñanza y, de forma coherente con su concepción investigativa de aprender resolviendo problemas, su evaluación a través de la resolución de problemas buscaba en sus alumnos un aprendizaje más allá de los hechos y destrezas, orientado hacia la construcción de estructuras conceptuales, estrategias generales y cualidades personales. Es muy clara su postura en el número 25, de Investigación en la Escuela, de 1995, donde parafraseaba a Miguel de Guzmán (1985) su director de tesis:

El saber matemático es mucho más un saber de método que de contenido ... [hemos de concebir] la matemática como conocimiento a encontrar, no como enseñanza a impartir ... la matemática es una verdadera ciencia

experimental... por ello, convencido de que la resolución de problemas debe ser un enfoque metodológico básico, se hace necesario profundizar en todo aquello que tienda a mejorar la actuación de los alumnos [como es el caso de la evaluación] cuando se enfrentan a tareas de resolución de problemas. (Carrillo, 1995)

Esta misma idea la exponía en su capítulo del libro que se editó en homenaje a Paolo Abrantes, en 2004. Plasmaba aquí los resultados de una investigación sobre evaluación de los estudiantes cuando aprenden resolviendo problemas:

La resolución de problemas no necesita ya ser justificada como vehículo de aprendizaje matemático, poseyendo también interés en sí misma como medio que favorece el desarrollo de estrategias aplicables en contextos escolares y cotidianos, así como actitudes positivas hacia la matemática. Sin embargo, interesa indagar en lo que realmente aprenden los alumnos. Tras unos años en la escuela, ¿qué han aprendido?, ¿cómo aplican su conocimiento al enfrentarse a situaciones que les resultan problemáticas? Sólo es posible acercarse humildemente a las respuestas a las preguntas anteriores, ya que tras ellas existe una gran complejidad, inherente a cualquier fenómeno educativo. Lo haremos sobre la base del análisis de protocolos de resolución de problemas por alumnos de 7° y 9° cursos (12 y 14 años) (Cruz y Carrillo, 2004a).

Otra de las facetas de su investigación sobre resolución de problemas es la relativa al papel que le conceden los libros de texto. Era conocedor de que los libros de texto son, en muchos casos, el único material que utilizan los profesores. La necesidad de generar instrumentos para poder analizarlos ocupó buena parte de los trabajos de investigación que dirigió. En uno de ellos, objeto de publicación del número 8 de nuestra revista (AIEM), en 2015, decía:

Las editoriales se convierten, así, en responsables de la traslación de lo relevante y de las formas de trabajo al aula, lo que conlleva una traslación al alumno y al profesor de las creencias del autor sobre las matemáticas y sus procesos de enseñanza y aprendizaje, sobre las formas de representación, sobre los procesos de demostración y prueba, sobre lo que es un problema, sobre el papel de la resolución de problemas [...] en el aula, sobre la legitimidad de los contenidos que deben desarrollarse en el aula y que la sociedad valida como los necesarios para aprender (Olson, 1989), o sobre el rol que en su implementación refleja la actividad del docente, en muchos casos buscando en el libro la legitimidad de su proceder (Luke, Castell y Luke, 1989). Sin que siempre se sea totalmente consciente de ello, para muchos docentes la elección de un libro de texto supone de hecho la decisión curricular más importante, por lo que no es raro que este instrumento ejerza un efecto poderoso sobre sus enfoques de enseñanza y sobre las estrategias de aprendizaje de los alumnos. (López et al., 2015)

En su último trabajo en este ámbito, Carrillo et al. (2019), tuvimos el honor de acompañarle quienes hemos redactado estas líneas. Decíamos en la introducción que la resolución de problemas era “*el núcleo de las demandas metodológicas en las aulas de matemáticas, ya que su objetivo principal es brindar a los estudiantes la oportunidad de lidiar con tareas de aprendizaje enriquecedoras*”. Esto justifica su consideración en el aprendizaje de los estudiantes, pero, también hemos de tener en cuenta que:

Al planificar, diseñar y / o seleccionar problemas, los profesores (e investigadores) se enfrentan muchas preguntas: ¿por qué debería plantearles a mis alumnos este problema? ¿Cómo? ¿Es este contexto interesante para ellos? ¿Es un problema para mis alumnos aplicar lo que ya han aprendido o construirán nuevos conocimientos? ¿Qué soluciones hay y cuántas formas de abordar este problema? ¿Cómo lo resolverán mis alumnos? ¿Qué tipo de dificultades enfrentarán mis alumnos, y serán las mismas para todos ellos? ¿Cómo puedo manejar estas dificultades? ¿Qué tipo de ayuda debo brindarles? ¿Sería posible extender el problema, utilizando una estrategia de "qué pasaría si ...", por ejemplo? ¿Qué conocimiento es probable que necesite administrar para resolver este problema? Y muchos otros. (Carrillo et al., 2019)

El intento de dar respuesta a estas preguntas nos lleva al conocimiento del profesor, aspecto en el que ponemos el foco en el trabajo citado; este conocimiento, que solo tiene sentido, es útil específico para los profesores de matemáticas, y que bajo la coordinación de Pepe supuso la construcción del modelo analítico del conocimiento especializado de profesores de matemáticas (MTSK), es el que ilustramos en dicho capítulo, ejemplificado en el desarrollo de una lección en un aula de Secundaria manejando un problema matemático. Mostramos cómo MTSK es esencial para identificar y explotar las oportunidades de aprendizaje, especialmente la mejora de las habilidades de resolución de problemas de los alumnos.

Referencias¹

- Callejo, M.L. y Carrillo, J. (1998). “Elementos de resolución de problemas”, cinco años después. En E. Lacasta y J. R. Pascual (Eds.), *Actas del II Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (S.E.I.E.M.)* (pp. 105-123). SEIEM.
- Carrillo, J. (1994). Resolución de problemas: clave del desarrollo profesional. *Epsilon*, 30, 27-38.
- Carrillo, J. (1995). La resolución de problemas en Matemáticas: ¿cómo abordar su evaluación? *Investigación en la Escuela*, 25, 79-86.
- Carrillo, J. (1996). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la Matemática y su enseñanza de profesores de Matemáticas de alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones*. Tesis Doctoral inédita. Departamento de Didáctica de las Ciencias. Universidad de Sevilla.

¹ No solo las citadas en el texto, con la intención de ampliar la perspectiva de quien quiera conocerlo más.

- Carrillo, J. (2003). Resolución de problemas: su concreción en algunos recursos clásicos. *Revista Educación y Pedagogía*, 15(35), 151-161.
- Carrillo, J. (2015). Estudio personal compartido sobre conocimiento y desarrollo profesional del profesorado y resolución de problemas. En N. Planas (Ed.), *Avances y Realidades de la Educación Matemática* (pp. 133-151). Graó.
- Carrillo, J. y Contreras, L.C. (1995). Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza. *Educación Matemática*, 7(3), 79-92.
- Carrillo, J. y Contreras, L.C. (2000). Formación inicial de los maestros y resolución de problemas. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 3(3), 515-528.
- Carrillo, J. y Contreras, L.C. (Eds.), (2000). *Resolución de problemas en los albores del siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos//Problem solving in the beginning of the 21st century: an international overview from multiple perspectives and educational levels*. Hergué.
- Carrillo J., Climent N., Contreras L.C., y Montes M.Á. (2019). Mathematics Teachers' Specialised Knowledge in Managing Problem-Solving Classroom Tasks. In P. Felmer, P. Liljedahl y B. Koichu (Eds.), *Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development* (297-316). (Research in Mathematics Education Series). Springer.
- Carrillo, J. y Guevara, F. (1996). Un instrumento para evaluar la resolución de problemas. *Uno*, 8, 65-77.
- Climent, N. y Carrillo, J. (2003). El dominio compartido de la investigación y el desarrollo profesional. Una experiencia en matemáticas con maestras. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(3), 387-404.
- Climent, N. y Carrillo, J. (2007). El uso del vídeo para el análisis de la práctica en entornos colaborativos. *Investigación en la Escuela*, 61, 23-35.
- Contreras, L.C. y Carrillo, J. (1997). La resolución de problemas en la construcción de conocimiento. Un ejemplo. *SUMA*, 24, 21-25.
- Contreras, L.C. y Carrillo, J. (1998). Diversas concepciones sobre la resolución de problemas en el aula. *Educación Matemática*, 10(1), 26-37.
- Contreras, L.C. y Carrillo, J. (2000). El amplio campo de la resolución de problemas. En J. Carrillo y L.C. Contreras (Eds.), *Resolución de problemas en los albores del siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos//Problem solving in the beginning of the 21st century: an international overview from multiple perspectives and educational levels* (pp. 13-37). Hergué.
- Contreras, L.C., Climent, N. y Carrillo, J. (1999). Teachers Beliefs on problem solving and mathematics education. En K. Krainer, F. Goffree y P. Berguer

(Eds.), *European Research in Mathematics Education* (pp. 51-68).
Forschungsinstitut für Mathematikdidactik.

- Cruz, J. y Carrillo, J. (2004a). ¿Qué aprenden los alumnos para la resolución de problemas? En J. Giménez, L. Santos y J.P. Da Ponte, J. (Coords.), *La actividad matemática en el aula* (pp.103-115). Graó.
- Cruz, J., y Carrillo, J. (2004b). ¿Qué ponen en juego los alumnos al resolver problemas?: diferencias entre alumnos de 12 y 14 años. En E. Castro y E. de la Torre (Eds.), *Investigación en Educación Matemática VIII* (pp. 195-206). SEIEM.
- Fernández Arellano, M. y Carrillo, J. (2020). Un acercamiento a la forma en que los estudiantes de Primaria formulan problemas. *Revista de Educação Matemática*, 17, 1-19.
- Fernández-Gago, J., Carrillo, J. y Conde, S.M. (2018). Un estudio de caso para analizar cómo ayudan los profesores en resolución de problemas matemáticos. *Educación Matemática*, 30(3), 247–276. 2018
- Guerrero, A. C., Carrillo, J., y Contreras, L. C. (2014). Problemas de sistemas de ecuaciones lineales en libros de texto de 3o ESO. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 395-404). SEIEM.
- López, E., Guerrero, C., Carrillo, J. y Contreras, L.C. (2015). La resolución de problemas en los libros de texto: un instrumento para su análisis. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 73-93.

Grandes ideas:

- Resolución de problemas y concepciones (avances y realidades de la educación matemática, Graó 2015); resolución de problemas y desarrollo profesional (Epsilon, 1994; La Gaceta, 2000)
- Qué es resolver problemas (Educación y Pedagogía nº 35)
- Análisis de protocolos en RP; cómo evaluar la RP (Investigación en la Escuela, 1995; UNO, 1996)
- Resolución de problemas y libros de texto (AIEM, 2015)
- Resolución de problemas e inteligencia creadora; interacciones profesores y alumnos (Educación Matemática, 30; Conferencia interamericana de Ed Mat, 2015)
- Resolución de problemas y construcción de conocimiento (Suma, 1997; homenaje a Abrantes, 2004)
- Análisis de los problemas que formulan los alumnos de Primaria (un acercamiento a la forma en que los estudiantes de Primaria formulan problemas)
- Resolución de problemas e Investigación (SEIEM Pamplona)
- Resolución de problemas y buena práctica (Investigación en la escuela, 2007)
- Resolución de problemas como herramienta formativa de profesores (Enseñanza de las Ciencias, 2003)

**Aportaciones a la resolución de problemas y a la formación del profesorado por
María Luz Callejo**

Grupo de Investigación en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Alicante,
España.

GIDIMAT-UA

<https://web.ua.es/es/gidimat/grupo-de-investigacion-de-didactica-de-la-matematica.html>

Podemos usar una sucesión de términos y expresiones que permiten mostrar algunas de las aportaciones a la educación matemática, a la resolución de problemas y a la formación del profesorado por M^a Luz Callejo. Estas palabras funcionan como referencias y permiten hacer visible lo esencial de su actividad. Antoine de Saint-Exupéry en *El Principito* escribió “*Lo esencial es invisible a los ojos*” para subrayar que a veces el verdadero valor de las cosas no siempre es evidente. A veces la proximidad a las personas hace que lo esencial, “el verdadero valor de las cosas” pueda llegar a ser transparente, invisible, por lo que a veces es necesario rastrear en lo que fue dicho y escrito para hacer evidente el verdadero valor de lo que M^a Luz Callejo ha dejado entre nosotros.

Palabras y expresiones como resolución de problemas, contexto, afectos y creencias, matemáticas para todos, enseñar y aprender (aprendizaje y enseñanza), teoría y práctica, profesores, “mirar” la práctica del resolutor ... y las relaciones entre ellas pueden funcionar como “catas” para hacer visibles aspectos esenciales en la trayectoria de M^a Luz. La manera en la que estas expresiones y palabras han articulado el discurso de M^a Luz a lo largo de su trayectoria nos ayudan a hacer visibles aspectos esenciales de sus principios e ideas. En particular, la manera en la que M^a Luz conjugaba ideas teóricas y realidades de aula para definir ambientes de formación (tanto para los estudiantes como para el profesorado), mirar el aprendizaje de la resolución de problemas desde la complementariedad de lo cognitivo y los afectos, y cómo mirar los registros de los alumnos.

Dos textos nos ayudarán a describir algunas ideas en la trayectoria y aportaciones de M^a Luz a la formación de profesores, a la resolución de problemas y la educación matemática en general. Estos textos son *La resolución de problemas en un club matemático* (Narcea, 1990) y *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas* (Narcea, 2004 con Antoni Vila). M^a Luz defendía la actividad de resolución de problemas como nuclear en las aulas desde una perspectiva holística. Consideraba no solo la perspectiva individual, teniendo en cuenta tanto conocimiento, actitudes, creencias, competencias, como aspectos del contexto, de los ambientes de resolución de problemas (la idea de club matemático) y el papel que puede desempeñar el profesor para conseguir estos determinados ambientes. Presentamos algunas de sus reflexiones sobre estos diferentes aspectos que definen tres dimensiones personales en relación a lo que pensaba: sobre la actividad de resolver problemas, sobre el resolutor de problemas (¿se puede aprender a resolver problemas?, y sobre el papel del profesor (y sobre aprender a mirar el pensamiento matemático de los estudiantes para generar ambientes de aprendizaje apropiados).

➤ Sobre la actividad de resolver problemas

En la introducción de *La resolución de problemas en un club matemático* (Narcea, 1990) decía,

En la actividad matemática escolar los aspectos afectivos y emotivos se ignoran en la práctica, pero la resolución de un “verdadero problema” es una “aventura” en la que se implican los afectos del individuo y queda grabada en la mente de quienes la han vivido”. (Callejo, 1990, pag. 16)

Y en la contraportada

El club matemático IEPS es un ámbito para contemplar las Matemáticas desde diversos ángulos: el experimental, el estético, el lúdico, el histórico, y el cultural, desde la óptica de la resolución de problemas. Se brinda así una oportunidad de enriquecimiento a aquellos alumnos que son capaces de dedicar tiempo y disfrutar trabajando las Matemáticas, estimulados por la presencia de otros compañeros y de un profesor que coordina y guía las sesiones.

La resolución de problemas como una actividad individual y colectiva, en un ambiente que permite generar cuestiones y plantear dudas hacen emerger preguntas sobre el papel del profesor y si es posible aprender esta actividad. M^a Luz dedicó parte de su trayectoria académica a aportar información sobre estas dos cuestiones (aprender a resolver problemas, y generar propuestas para el desarrollo profesional de los profesores) desde perspectivas humanistas que subraya la educación matemática para todos.

En relación a la **resolución de problemas** decía,

*La resolución de un problema es una de las **actividades más complejas** porque en ella intervienen no solo **conocimientos sino también afectos** y porque está influenciada por **el contexto** en que se presenta el problema. Se trata de una tarea que **se puede aprender**, pero que no se sabe muy bien cómo **se puede enseñar a todos los alumnos** y no solo a los más capaces y a los más motivados por las matemáticas (Callejo, 1990, pag. 23)*

Este párrafo refleja claramente las ideas que articula la actividad de M^a Luz: reconoce la complejidad de la tarea de resolver problemas, pero asumiendo que se puede aprender, hace explícito la dualidad entre conocimiento y afectos, subraya la importancia del contexto que ayuda a forjar las creencias de los resolutores, y pone de relieve su perspectiva más humanista enfatizando la enseñanza “para todos” los alumnos. Al leer este párrafo, nos viene a la mente la frase de Albert Einstein “*Y como no sabía que era imposible ... lo hizo*” lo que nos indica que es necesario creer en nuestras capacidades para conseguir los objetivos.

Sobre la manera en la que **la actividad** de resolver problemas ayudaba a dar forma a las creencias de los resolutores indicaba

En relación a la resolución de problemas, si los alumnos solo están habituados a trabajar problemas rutinarios o ejercicios, sus ideas acerca

de la actividad matemática no les ayudan a resolver verdaderos problemas [estas] creencias dan lugar a comportamientos que no ayudan a los estudiantes a intentar resolver problemas (Callejo, 1990; pag 39)

Sobre **los afectos** en relación a la actividad de resolver problemas M^a Luz indicaba en 1990

El papel de la afectividad en la resolución de problemas es muy importante y, sin embargo, se ha estudiado poco. Polya no lo ha tratado explícitamente en sus obras sobre resolución de problemas, y las investigaciones de los psicólogos se han centrado sobre todo en el estudio de la cognición. Pero desde hace unos años han empezado a aparecer trabajos sobre este tema (McLeod y Adams, 1989) y se han elaborado modelos de enseñanza que tienen en cuenta la influencia del factor afectivo en el proceso de resolución de problemas (Maso, Burton y Stancey, 1988) (Callejo, 1990, pag. 38).

La **actividad de resolver problemas, el contexto y la relación entre las perspectivas cognitivas y actitudinales** son subrayadas en sus reflexiones sobre el proceso de resolver problemas

En resumen, para resolver un problema es necesario conocer el campo específico al que se refiere el problema, saber regular y controlar dichos conocimientos y afrontarlo con las actitudes matemáticas adecuadas. Esta tarea intelectual está impregnada de emociones que están presentes de forma diversa lo largo del proceso de resolución y de bloqueos cognitivo, afectivos y socioculturales.

Pero el contexto en que se propone habitualmente los ejercicios y los problemas en el ámbito escolar genera en los estudiantes convicciones que no son las más adecuadas para resolver problemas – un problema se resuelve en poco tiempo, se ataca directamente y lo que importa es el resultado -. Por tanto, es necesario favorecer en los alumnos actitudes como la flexibilidad de pensamiento y un espíritu abierto, crítico y reflexivo frente a la actividad matemática. (Callejo, 1990, pag. 47)

➤ **Sobre el resolutor (y el análisis, la discusión y la crítica de los procesos de resolución)**

M^a Luz reflexiona sobre la pregunta *¿se puede aprender a resolver problemas? ¿se puede enseñar a resolver problemas?* al referirse a su actividad en el Club matemático que desarrolló durante varios curso al final de la década de los años ochenta

“ ... puedo decir que cada vez estoy más convencida de que se puede aprender a resolver problemas, que se puede favorecer este aprendizaje, pero que es difícil de enseñar. Se pueden proponer problemas sugerentes, despertar el interés por esta actividad matemática, dar pautas, indicaciones, ayudar a los estudiantes a explicitar sus procesos de

pensamiento y a reflexionar sobre ellos, etc. Pero la manera de abordar la resolución de problemas es algo muy personal y en este sentido lo que se puede hacer es ayudar a cada estudiante a descubrir su propio estilo, sus capacidades y sus limitaciones. No se trata pues de transmitir a los estudiantes métodos, reglas heurísticas o “trucos”, sino las actitudes profundas que han conducido a ellos, partiendo de su propia experiencia. Para ellos es necesario combinar la práctica, con una metodología de trabajo apropiada y el examen, el análisis, la discusión y la crítica de los procesos de resolución (Callejo, 1990, pag. 67)[énfasis añadido]

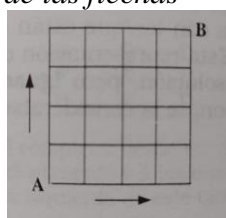
El interés por centrar la atención en las diferentes maneras en las que los resolutores se aproximaban a los problemas han sido una constante en la trayectoria de M^a Luz Callejo. Desde sus primeros informes sobre lo que sucedía en el Club de Matemáticas a finales de los años ochenta en el IEPS, hasta sus trabajos en el grupo GIDIMAT-UA centrados en la caracterización de los procesos de mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes M^a Luz subraya la necesidad de comprender las resoluciones de los estudiantes, sus pensamientos y razonamientos matemáticos y cómo los profesores podían o debían crear los ambientes propicios. El instrumento usado para favorecer los procesos de reflexión de los estudiantes sobre sus resoluciones era la *puesta en común*. Además, la descripción de lo sucedido proporciona medios para afianzar el desarrollo profesional del profesor generando una sinergia entre la manera de potenciar el aprendizaje de los estudiantes y estrategias usadas por el profesor para desarrollar su competencia docente de mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza. Para ilustrar esta característica de la manera en la que M^a Luz contemplaba su actividad de profesora de matemáticas (y de manera tangencial como formadora de profesores) insertamos un extracto de sus informes sobre una de las sesiones del Club Matemático en el IEPS (Callejo, 1990).

La narrativa empieza presentando los cuatro problemas del mes que fueron planteados en la sesión. Tres de ellos se muestra en la figura 1.

A continuación, insertamos su comentario sobre estos problemas y sobre la sesión (Callejo, 1990; pag. 125- 129)

Paseo por la cuadrícula

Calcular el número de caminos que hay para ir desde el punto A al punto B siguiendo las direcciones de las flechas



Torre de cubos

Esta torre está hecha con 35 cubos dispuestos en 5 capas ¿cuántos cubos harán falta para construir una torre de 10 capas



Cuadrado de ajedrez

¿cuántos cuadrados hay en un tablero de ajedrez?

A primera vista no percibí una relación significativa entre los tres primeros problemas, aunque bien es cierto que se trataba en todos ellos de hacer un recuento a partir de situaciones anteriores. Pero en la puesta en común, tuvimos la experiencia de contemplar la belleza matemática relacionando situaciones aparentemente distintas. Dedicamos dos horas a esta puesta en común (pag. 125)

Los objetivos perseguidos al proponer estos problemas estaban centrados en trabajar la observación de regularidades, el recuento sistemático y la generalización, pero la puesta en común sobrepasó estos objetivos y puso de manifiesto que los procesos heurísticos no se pueden programar de antemano porque cuando se intenta solucionar un problema pueden surgir ideas más ricas que aquellas que subyacían al seleccionarlo. Por ello, hay que estar atentos a las ideas e incidentes que van surgiendo en el transcurso de las sesiones de trabajo. En este caso el triángulo de Pascal cobró una relevancia importante como se acaba de ver.

En esta sesión yo intervine para estimular la generalización de las situaciones planteadas y los estudiantes relacionaron las soluciones aportada a los problemas. Quizá la aportación más espectacular fue la de Fermín, que se dio cuenta de que se podían igualar dos expresiones para encontrar la suma de los cuadrados. El trabajo ha sido cooperativo y se ha avanzado sobre ideas anteriores.

Fue una sesión que quedó grabada en la memoria de quienes la vivimos y que recuerda lo que Poincare contaba a propósito de cómo se produce la inspiración: la combinación de elementos al azar da lugar a una idea fecunda que permite llegar al resultado perseguido. (pag.129)

Este extracto del informe de M^a Luz sobre la sesión de resolución de problemas nos permite subrayar aspectos relevantes sobre su forma de entender la actividad matemática y el papel del profesor. En particular, la necesidad de estar atentos a las ideas movilizadas por los estudiantes en la resolución de los problemas, para poder tenerlas en cuenta y apoyar su progresión. En este caso usando la puesta en común, la interacción entre los estudiantes, la posibilidad de registrar las respuestas y la gestión del profesor del discurso matemático favoreciendo la confianza para que los resolutores puedan expresar sus ideas en el aula. Estos aspectos de la gestión de la situación deben ser comprendidos como instrumentos para apoyar el aprendizaje de los estudiantes

Estas ideas fueron compartidas por M^a Luz con numerosos profesores en sus actividades de formación permanente desarrollada durante muchos años. Las actividades apoyando el desarrollo profesional de los profesores le permitieron mostrar no solo ideas teóricas, sino también formas de proceder en la práctica. La sinergia entre la práctica y la teoría, entendida como la acción conjunta de los registros de la práctica y de las ideas teóricas, para apoyar el desarrollo profesional de los profesores se convierte así en una seña de identidad en su práctica. El segundo aspecto característico fue centrar la atención en las estrategias usadas por los estudiantes para llegar a ser conscientes de cómo están aprendiendo.

➤ **Sobre el papel del profesor (y sobre aprender a comprender el pensamiento matemático de los estudiantes para generar ambientes de aprendizaje apropiados)**

Sus reflexiones al final de la descripción de la sesión descrita antes subrayan la necesidad de que los profesores puedan proporcionar actividades matemáticamente relevantes para sus estudiantes, puedan crear ambientes de aprendizaje basados en la interacción generando confianza para compartir las diferentes aproximaciones a la resolución del problema, así como registrando las diferentes alternativas.

Los ejemplos anteriores muestran que trabajar en grupo y moderar es difícil, pero ambas cosas se pueden aprender. Para ello hace falta proporcionar a los estudiantes situaciones de aprendizaje para que interaccionen con sus compañeros, y registrar estos procesos para poder analizarlos más tarde. Así el profesor va tomando conciencia de su estilo como guía de la actividad de sus alumnos y va mejorando su modo de proceder sin imponer ni cortar ideas, invitando a los estudiantes a expresar en voz alta su pensamiento (Callejo, 1990; pag.129)

En los últimos veinte años podemos haber cambiado las palabras usadas para referirnos a estas características del profesor y de la actividad matemática, pero seguimos subrayando los mismos aspectos cuando centramos nuestra atención en la competencia docente “mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza de las matemáticas”. Mason, en su libro *Researching your own practice: The Discipline of noticing* (Routledge, 2002), subraya la importancia de registrar las respuestas de los estudiantes para analizarlas y generar informes relacionando las evidencias de la práctica con principios teóricos más generales que puedan aportar explicaciones sobre su forma de proceder. Articular el trabajo del profesor alrededor de su capacidad de atender al pensamiento matemático de los estudiantes para poder decidir sus acciones posteriores ha sido una constante en la práctica de M^a Luz como profesora, como formadora de profesores y en los últimos años como investigadora sobre cómo los estudiantes para maestro y profesores pueden desarrollar esta competencia para actuar coherentemente durante la enseñanza.

La transferencia del conocimiento y la relación entre la teoría y la práctica, se convierten así en rasgos característico de la actividad en el ámbito del desarrollo profesional de los profesores durante los primeros años de la trayectoria de Mari Luz y posteriormente en la formación inicial de maestros y profesores de matemáticas de educación secundaria. Los numerosos cursos de formación de profesores impartidos durante muchos años y su

actividad posterior a partir de su incorporación a la Universidad de Alicante son evidencia de una manera de entender su actividad como formadora

M^a Luz desarrollo estas ideas en su trabajo con los profesores de educación secundaria en los cursos de formación permanente durante la década de los ochenta y noventa, y posteriormente en los grados de maestros de educación primaria y secundaria y el master de formación de profesores de Matemáticas en la Universidad de Alicante. Frutos de estas actividades todavía pueden ser rastreados en algunos centros de Educación secundaria donde profesores que asistieron a sus clases están llevando a la práctica estas ideas, y en el propio master de formación de profesores de Matemáticas en la Universidad de Alicante con la asignatura Aproximación didáctica a la resolución de problemas de matemáticas que estuvo impartiendo y coordinando desde su inicio.

Evidencia de la relación entre teoría y práctica se pone de relieve en la experimentación de módulos de enseñanza con el objetivo de empezar a desarrollar las destrezas de atender al pensamiento matemático de los estudiantes, interpretarlo considerándolo como aspectos particulares de principios y categorías más generales y decidir cómo generar nuevos ambientes de aprendizaje. El desarrollo de estas tres destrezas de la competencia docente mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza (atender a, interpretar y decidir) han sido su foco de atención en los últimos años en el grupo de investigación de didáctica de la matemática en la Universidad de Alicante (GIDIMAT-UA). Los materiales usados son registros de la práctica en forma de descripciones de situaciones de aula (en video o en forma de casos escritos) y respuesta de estudiantes a diferentes tipos de problemas. El análisis de estos registros de la práctica permite subrayar aspectos relevantes de la relación entre la teoría y la práctica en la formación de maestros y profesores que se plasman en el diseño de ambientes de aprendizaje específicos en los programas de formación.

El énfasis es colocado en los procesos de razonamiento basados en el conocimiento necesario para enseñar matemáticas de los estudiantes para maestro y profesores de secundaria para mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza de las matemáticas. Así, son referencias en la trayectoria de M^a Luz

- considerar el potencial de los problemas como instrumento para el aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de la actividad matemática (¿Qué se pretende que los alumnos aprendan al intentar resolver el problema?),
- identificar lo relevante de las estrategias de resolución generadas por los estudiantes (¿qué elementos matemáticos está movilizando el estudiante al intentar resolver el problema?),
- interpretar dichas estrategias como aspectos particulares de categorías más generales (¿Qué rasgos de la trayectoria de aprendizaje de las nociones matemáticas se evidencia con la estrategia usada?), y
- considerar como gestionar los ambientes de aprendizaje y proponer líneas de continuación (¿Qué problema proponer a continuación?, ¿cómo gestionar la puesta en común para facilitar la interacción entre los estudiantes desde la perspectiva del discurso matemático generado?

Estas referencias subrayan las interacciones entre la práctica de formar profesores y maestros y la investigación sobre el aprendizaje como rasgos característicos de su trabajo.

M^a Luz plasmó estas ideas en diferentes publicaciones que eran leídas por los profesores como una manera de diseminar una determinada forma de entender la actividad matemática, la resolución de problemas, y el papel del profesor en la gestión de ambientes de aprendizaje propicios. Sus publicaciones en revistas como *Uno. Revista de Educación Matemática*, *Cuadernos de Pedagogía*, *Investigación en la escuela*, *SUMA* y las publicaciones de innovación docente vinculadas a la *Editorial Narcea*, son evidencia de ello.

Unas notas finales

Pepe Carrillo y Mari Luz Callejo compartieron tiempo e ideas a lo largo de su trayectoria alrededor de lo que significa la resolución de problemas y la formación de los profesores con inicios compartidos con Miguel de Guzmán. Sus trayectorias en paralelo articuladas alrededor de estos dos focos de atención les permitió compartir escritos y sesiones de trabajo, así como momento en la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) como presidente y vocal de la Junta directiva que conllevaba la edición de las Actas de los respectivos simposios (Zaragoza, SEIEM XXI, 2017)

Callejo M.L. y Carrillo, J. (1998). Elementos de resolución de problemas, cinco años después. En J.R. Pascual (Eds.), *Segundo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 105-123). Pamplona: SEIEM.

Callejo, M.L. (2000). Investigación y práctica educativa en la resolución de problemas. En J. Carrillo & L. C. Contreras (Eds.), *Resolución de problemas en los albores del siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos* (pp. 237-261). Huelva: Hergué.

Carrillo et al (2016). *Didáctica de la matemática para maestros en educación primaria*. Madrid: Ediciones Paraninfo.

Donde encontrar el desarrollo de algunas de estas ideas

Callejo, M.L. (1990). *La resolución de problemas en un club matemático*. Narcea: Madrid

Callejo, ML. (1994). *Un club matemático para la diversidad*. Narcea: Madrid.

Callejo, M.L. (1994). Les representations graphiques dans la résolution de problèmes: Une expérience d'entraînement d'étudiants dans un club mathématique. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 1-33.

Callejo, M.L. (1999). Un marco para actividades de formación permanente centrada en la resolución de problemas. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 20, 75-88

Callejo, M.L. (2000). El papel de los problemas en la educación matemática: una mirada a través de la historia. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 3(2), 297-307.

Callejo, M.L. (2000). Resolver problemas: Ayudar a los alumnos a pensar por sí mismos. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 43, 179-184.

- Callejo, M.L. (2000). Investigación y práctica educativa en la resolución de problemas. En J. Carrillo & L. C. Contreras (Eds.), *Resolución de problemas en los albores del siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos* (pp. 237-261). Huelva: Hergué
- Callejo, M.L. (2000). *Educación matemática y ciudadanía. Propuestas desde los derechos humanos*. Santo Domingo: Centro Cultural Poveda
- Callejo, M.L. (2015). Aprender (a enseñar) matemáticas. Prácticas de resolución de problemas, creencias y desarrollo profesional. En N. Planas (Coord.), *Avances y realidades de la educación matemática* (pp. 93-112). Barcelona: Graó.
- Callejo, M.L. y Vila, A. (2009). Approach to mathematical problem solving and students' beliefs systems: two case studies. *Educational Studies in Mathematics*, 72(1), 109-122
- Fernández, C., Sánchez-Matamoros, G., Valls, J. y Callejo, M. L. (2018). Noticing students' mathematical thinking: characterization, development and contexts. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 13, 39-61.
- Vila, A. y Callejo, M.L. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Narcea: Madrid.