

PROGRAMA SEIEM VALENCIA 2021 GRUPO DE INVESTIGACIÓN
EN DIDÁCTICA DEL ANÁLISIS MATEMÁTICO (GIDAM)

Viernes 10 de septiembre. Hora: 15:00 – 17:30. Aula: *P2.1*

Taller 1 (15:00-16:15). La historia de la matemática como recurso para la enseñanza del concepto de integral: El método de exhaustión.

Autores: Miguel Esteve Blasco y María Teresa González Astudillo (Universidad de Salamanca).

Taller 2 (16:15-17:15). El tratamiento de los intervalos en libros de texto: generación de un instrumento para analizar la presentación de este contenido.

Autores: Matías Arce y Laura Conejo (Universidad de Valladolid).

La historia de la matemática como recurso para la enseñanza del concepto de integral: El método de exhaustión

Autores: Miguel Esteve Blasco y María Teresa González Astudillo
Universidad de Salamanca.

Resumen del taller

El objetivo de este taller es presentar los materiales que se han elaborado en relación con el método de exhaustión y que deberán servir para completar los saberes de los futuros profesores de matemáticas. Estos, que forman parte de una investigación con la que se pretende utilizar la historia de la matemática para completar los conocimientos sobre el cálculo integral, se confeccionaron tras el análisis de un cuestionario pasado a los alumnos del máster en formación del profesorado en la especialidad de matemáticas de la Universidad de Salamanca y que nos permitió conocer que conocimientos histórico-matemáticos, relacionados con el cálculo integral, poseen los futuros docentes de matemáticas.

Los materiales están planteados para que se tome conciencia de que el cálculo integral es mucho más antiguo que el cálculo diferencial (concordancia con la historia). Se abordarán los inconmensurables pitagóricos, los cuales desencadenaron una de las primeras grandes crisis de la matemática: aparecen magnitudes que no son expresables como razones de dos números, magnitudes continuas. Además se trabajarán aspectos como la divisibilidad infinita actual y la divisibilidad infinita potencial, es decir, se analizarán las diferentes perspectivas de infinito (potencial y actual), aspectos que son de vital importancia en la construcción de las poligonales y por ende en la definición de la integral.

Estructura del taller

1. Presentación del método de exhaustión así como un ejemplo clásico de su aplicación.
2. Presentación de las actividades. Con estas se abordarán los siguientes aspectos:
 - 2.1 Los inconmensurables pitagóricos (perspectiva corpuscular).
 - 2.2 Divisibilidad y "llenado" del espacio. Paradojas de Zenón.
 - 2.3 Infinito potencial vs infinito actual.
3. Discusión sobre qué posibles respuestas proporcionarán los futuros docentes de matemáticas.
4. Sugerencias y aportaciones.

EL TRATAMIENTO DE LOS INTERVALOS EN LIBROS DE TEXTO: GENERACIÓN DE UN INSTRUMENTO PARA ANALIZAR LA PRESENTACIÓN DE ESTE CONTENIDO

Matías Arce y Laura Conejo

Universidad de Valladolid

Los intervalos de la recta real tienen un papel relevante en el aprendizaje de diversos contenidos matemáticos, entre ellos los propios del Análisis Matemático. Sin embargo, los procesos de enseñanza y aprendizaje de este contenido han recibido poca atención hasta la fecha en Didáctica de la Matemática. Desde la Universidad de Valladolid estamos desarrollando diversos estudios en este sentido, vinculados a uno de los procesos clave que destaca el NCTM (2000), como es el proceso de representación de un concepto matemático. Coincidimos con Duval (1999) en que el aprendizaje y la comprensión de un concepto matemático está muy ligado a dominar sus representaciones en diferentes registros, coordinar estas y distinguir entre representante y objeto representado.

En concreto, hemos focalizado nuestra atención en el proceso de conversión de intervalos de la recta real de uno a otro de cuatro registros considerados: el registro gráfico, el verbal, el algebraico y el numérico. Duval (1999) destaca la congruencia entre representaciones, entendida como el grado de correspondencia entre las unidades significantes que constituyen una y otra representación, como un aspecto clave para determinar la dificultad de la conversión. En Pecharromán, Arce, Conejo y Ortega (2018) realizamos un estudio teórico de las conversiones entre diferentes representaciones de intervalos a partir del análisis de la congruencia de estas. En Pecharromán, Arce y Conejo (2019) mostramos los resultados de un estudio donde se buscaba identificar las estrategias utilizadas por alumnos de 4º de ESO y 1º de Bachillerato al realizar conversiones entre diferentes representaciones de intervalos no acotados, e interpretar los posibles errores y dificultades derivados de aplicar estas estrategias. Se detectó que muchos de los errores estaban provocados por estrategias de conversión por congruencia, basadas en la traducción sintáctica concatenada de las diferentes unidades significantes que forman la representación de un registro a otro, y que el porcentaje de conversiones correctas disminuye cuando la conversión tiene al registro algebraico o al registro verbal como registro de llegada.

Dada la importancia que siguen teniendo los libros de texto como elementos influyentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Fan, Zhu y Miao, 2013), en la actualidad estamos desarrollando investigaciones vinculadas al tratamiento de los intervalos en los libros de texto de 4º de ESO y 1º de Bachillerato. En Arce y Conejo (2021) hemos analizado cómo son las tareas de conversión entre representaciones de intervalos que plantean los libros de texto de varias editoriales españolas, detectando algunos comportamientos globales que pueden comprometer la riqueza y variedad de las oportunidades de aprendizaje de las conversiones provistas por los libros, como son la frecuencia de aparición muy desigual entre unas conversiones y otras, la falta de consideración del registro verbal y el abuso de expresiones algebraicas y verbales que pueden promover conversiones por congruencia, aparentemente satisfactorias pero basadas generalmente en un significado únicamente sintáctico y no semántico del concepto (Goldin, 2002).

En este taller se propone centrar la atención, en lugar de en las tareas, en el modo en que los libros de texto presentan el contenido de los intervalos, con especial atención al proceso clave de representar. Así, el taller estará centrado en la generación de un instrumento para analizar el modo en que los libros presentan este contenido, a partir de varios ejemplos de presentaciones de libros de texto y de la discusión de una propuesta inicial de instrumento.

Referencias

Arce, M. y Conejo, L. (2021). *Características de las tareas de conversión entre representaciones de intervalos de la recta real propuestas en libros de texto*. Comunicación aceptada en el XXIV Simposio de la SEIEM de Valencia.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle.

Fan, L., Zhu, Y. y Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM Mathematics Education*, 45, 633-646.

Goldin, G. (2002). Representation in mathematical learning and problem solving. En L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 197-218). Lawrence Erlbaum Associates.

NCTM (2000). *Principles and standards for School Mathematics*. Autor.

Pecharromán, C., Arce, M. y Conejo, L. (2019). Estrategias y errores de conversión entre representaciones de intervalos de la recta real. *Enseñanza de las Ciencias*, 37(3), 169-187.

Pecharromán, C., Arce, M., Conejo, L. y Ortega, T. (2018). Metodología teórica para analizar la congruencia entre representaciones de objetos matemáticos: el caso de los intervalos no acotados de la recta real. *Educación Matemática*, 30(3), 184-210.