



VNiVERSiDAD
D SALAMANCA



SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA (HMEM)

Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)

Facultad de Educación, Universidad de Salamanca, Canalejas 169, 37008 Salamanca
22 y 23 de febrero de 2024

PROGRAMA Y RESÚMENES

Jueves 22 de febrero, Aula 12 A, IUCE (Edificio Solís USAL)

16:30-16:45h

Inauguración del Seminario

Carmen María León Mantero (Coordinadora Comité científico)

María José Madrid Martín (Coordinadora Comité científico)

Carmen López Esteban (Coordinadora Comité local)

16:45-17:45h

Ponencia invitada: Implicación entre Matemáticas e Historia: El caso de la reforma del calendario

Ana María Carabias Torres, Universidad de Salamanca

Reflexión histórica sobre las dificultades para arbitrar patrones universales de medida en el momento en el que los estados nacientes, y los viajes de exploración y descubrimiento hacían necesaria una convención del valor de las distintas magnitudes. Uno de estos problemas fue la medida del tiempo. El calendario eclesiástico interesó a los cristianos desde el principio, por la importancia que la Biblia daba a la fecha de la Pascua. El concilio de Nicea (año 325) ofreció un acuerdo temporal para esta celebración, pero, con el paso de los siglos, el desajuste de los ritmos del Sol y de la Luna se hizo cada vez más patente, derivando en la necesidad de encontrar una solución computacional duradera para esta conmemoración. Los mejores matemáticos y astrónomos de la cristiandad se vieron conminados por el Vaticano para encontrar una solución a esta dificultad. Aquí hablaremos de la reforma del calendario, con atención a los informes científicos de la Universidad de Salamanca.

17:45-18:15h

Pausa café

18:15-18:45h

Comunicación: Situaciones de aprendizaje para la multiplicación presentes en el Centro de Recursos de Didáctica de la Matemática Guy Brousseau: avances de una investigación

María Santágueda-Villanueva, Universitat Jaume I de Castellón

El Centro de Recursos de Didáctica de la Matemática Guy Brousseau (CRDM-GB) cuyos recursos están disponibles en el Repositori de la Biblioteca de la UJI (<https://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/62668>). El CDRM-GB alberga los recursos documentales y bibliográficos producidos por el Grupo Escolar Jules Michelet en Talence (Francia) donde Brousseau creó el Centre d'Observation et de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques, (COREM) con el convenio de la Universidad de Bordeaux-I y el Instituto de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas (IREM) de Bordeaux. El COREM (1972-1999) quiso ser desde su creación "una escuela para la observación", un lugar de intercambio, que reuniera una pluralidad de actores: profesores, estudiantes, formadores y otros investigadores, todos compartiendo un objetivo común: comprender mejor los fenómenos didácticos vinculados a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela. Era un laboratorio que permitía experimentar y confrontar en las aulas, las numerosas investigaciones producidas en el marco de la Teoría de las Situaciones Didácticas (Fregona y Orús, 2017).

A partir del trabajo de Fregona et al. (2023) y Brousseau (1973) se pretende realizar un análisis histórico-epistemológico que a partir de las fases del método de investigación histórica planteadas por Ruiz Berrio (1976) del material sobre la multiplicación que se ha encontrado en las distintas cajas del fondo CRDM-GB (<https://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/93531>) del curso escolar 1984-1985. En esta comunicación presentamos la fase inicial de una investigación en la que se pretende realizar un estudio de la secuencia de enseñanza y aprendizaje, las situaciones didácticas utilizadas en la escuela J. Michelet y los distintos métodos utilizados por el alumnado en distintos cursos que se trabajaba la multiplicación durante 1973 a 1999.

Palabras clave: multiplicación; situaciones de aprendizaje; situaciones didácticas; Centre d'Observation et de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques, (COREM); Centro de Recursos de Didáctica de la Matemática Guy Brousseau

Referencias bibliográficas:

Brousseau, G. (1973), Peut-on améliorer le calcul des produits des nombres naturels ? *Actes du 3e congrès des sciences de l'éducation « Apports des disciplines fondamentales aux sciences de l'éducation* (Vol. 1, pp. 361-378). EPI <https://hal.science/hal-00556415/document>

Fregona, D., Orus, P., Coulange, L. y Train G. (2023) Le CRDM Guy Brousseau, un bon outil pour ressourcer l'activité du chercheur en didactique des mathématiques. In A. Chesnais y H. Sabra. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2021*. (pp. 65-91). IREM de Paris.

Fregona, D. y Orus, P. (2017). El Centro de Recursos en Didáctica de la Matemática Guy Brousseau: un sitio para explorar prácticas de enseñanza de las matemáticas. En Dilma Fregona, Silvina Smith, Mónica Villarreal y Fernanda Viola, *Formación de profesores que enseñan matemática y prácticas educativas en diferentes escenarios: aportes para la educación*

matemática. (pp. 109-132) Ed. Universidad Nacional de Córdoba (Argentina).

Ruiz Berrio, J. (1976). El método histórico en la investigación histórica de la educación. *Revista española de pedagogía*, 34(134), 449-475. <https://reunir.unir.net/handle/123456789/8106>

18:45-19:15h

Comunicación: Apuntes sobre la enseñanza del sistema de numeración en España (s. XIX)

Dolores Carrillo Gallego, Universidad de Murcia

José Ginés Espín Buendía, Universidad de Murcia

Verónica López Cánovas, IES Miguel Hernández de Alhama de Murcia

El trabajo se inserta en una línea de investigación sobre la enseñanza de los sistemas de numeración en España (siglos XIX y XX). En trabajos previos se ha abordado la aplicación del principio de intuición de Pestalozzi en los primeros aprendizajes aritméticos en España (siglo XIX). El objetivo del trabajo es estudiar los materiales y los procedimientos que se utilizaron en España, en esa misma época, para plantear una enseñanza del sistema de numeración con apoyo intuitivo. Las fuentes utilizadas han sido obras dedicadas a la formación del magisterio en las que se incluían referencias a la enseñanza del sistema de numeración; también se han podido utilizar catálogos de material escolar de los dos últimos decenios del siglo. Se ha constatado que la mayoría de las propuestas sobre la enseñanza de los sistemas de numeración en obras dirigidas a la formación del magisterio no se basan en la intuición. Algunas de estas obras proponen realizar actividades de agrupamiento, pero no la utilización de ábacos. En los catálogos estudiados, los únicos objetos que se pueden relacionar con el aprendizaje de la numeración son tableros de bolas, pero la descripción de su uso es confusa.

Palabras clave: Sistemas de numeración. Ábacos. Formación del magisterio. Siglo XIX. Historia de la Educación Matemática.

Referencias bibliográficas:

Cardenera, Mariano. *Principios de Educación y Métodos de Enseñanza*. 3.ª ed. Madrid: Imprenta del Colegio de sordo-mudos y ciegos, 1866.

Carrillo Gallego, Dolores; Maurandi López, Antonio; Olivares Carrillo, Pilar. From Pestalozzi's intuition principle to classrooms: the counting frame and innovations in the teaching of mathematics (Spain, nineteenth century). *Paedagogica Historica*, 2021,

Montesino, Pablo. *Curso de educación y Métodos de Enseñanza y Pedagogía*. Edición, estudio preliminar y notas de Anastasio Martínez. Madrid: MEC, 1988.

19:15-19:45h

Comunicación: Apuntes históricos en las primeras obras de la Colección Elemental Intuitiva de Rey Pastor y Puig Adam: *Elementos de Aritmética* (1927) y *Elementos de Geometría* (1928)

Josefa Dólera-Almaida, Universidad de Murcia

Encarna Sánchez-Jiménez, Universidad de Murcia

Rey Pastor y Puig Adam son dos figuras relevantes de la enseñanza matemática en España. Su primera colaboración conjunta, como autores de libros de texto dirigidos a la enseñanza secundaria, tuvo lugar a finales de la década de los años veinte con la publicación de los dos primeros tomos de su Colección Elemental Intuitiva: *Elementos de Aritmética* (1927) y *Elementos de Geometría* (1928). Estos libros de texto tuvieron una gran aceptación entre el profesorado que impartía las asignaturas matemáticas en los primeros cursos del bachillerato debido, en parte, a su eminente carácter intuitivo. El objetivo de este trabajo es estudiar las notas históricas que se incluyeron en los dos primeros tomos de la Colección e identificar algunos de los usos que los autores pretendieron dar a estos apuntes. En la realización de este estudio se han considerado las distintas funciones que Genette (1987) atribuyó a los paratextos de una obra literaria. El estudio realizado ha permitido, en primer lugar, poner de manifiesto la importancia que conceden estos autores a la historia de la matemática en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y, a la vez, la función (Genette, 1987) que asignan a estas referencias históricas en la educación matemática en el nivel de bachillerato.

Palabras clave: Rey Pastor, Puig Adam, Notas históricas, Colección elemental intuitiva

Referencias bibliográficas:

Genette, G. (1987). *Seuils*. Éditions du Seuil.

Dólera-Almaida, J. & Gallego-Carrillo, D. (2023). Títulos, índices y prólogos de los libros intuitivos de Rey Pastor y Puig Adam. *Revista De História Da Educação Matemática*, 9, 1–18.

Muñoz-Escolano, J. M. & Oller-Marcén, A. M. (2021). Notas al pie en libros de texto españoles del siglo XIX. El caso de Juan Cortazar. En P. D. Diago; M. T. González-Astudillo & D. Carrillo-Gallego (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 457-464). SEIEM.

Viernes 23 de febrero, Aula 12 A, IUCE (Edificio Solís USAL)

10:15-10:45h

Comunicación: El cálculo infinitesimal en los libros de texto publicados en España previos a la implantación de la segunda enseñanza

Carmen León-Mantero, Universidad de Córdoba

Como todas las ramas de las matemáticas que requieren de altos niveles de abstracción y pensamiento matemático avanzado, el cálculo infinitesimal presenta dificultades de aprendizaje entre los estudiantes, centradas principalmente en los conceptos propios del cálculo (Bressoud et al., 2016). Desde la investigación en Historia de la Educación Matemática se pueden abordar propuestas que aporten soluciones en este sentido, pues los periodos conflictivos en el desarrollo de las matemáticas nos indican las dificultades epistemológicas intrínsecas a los conceptos que han estado involucrados (Heeffer, 2006).

En este trabajo se presenta una propuesta cuyo objetivo es analizar la evolución de los contenidos de cálculo infinitesimal y de su enseñanza en el periodo comprendido entre la introducción de esta rama de las matemáticas en España como disciplina científica, hasta la implantación del primer plan de estudios que la incluye entre sus enseñanzas. El periodo de estudio seleccionado coincide con la influencia de instituciones religiosas y militares, y más adelante civiles, dedicadas a formar ingenieros y profesionales; con el desarrollo y difusión del cálculo en Europa, y con la publicación de textos sobre cálculo infinitesimal en España en los que arrastran problemas clásicos de las matemáticas.

Se trata de una investigación histórica de carácter exploratorio, descriptiva y de carácter cualitativo, centrada en el análisis de textos antiguos desde la perspectiva de la historia de las matemáticas y educación matemática. Será abordada a través del método de investigación histórico propuesto por Ruíz (1976) y la técnica del análisis de contenido propuesta por Maz (2005). Se prevé que el proyecto sea desarrollado durante tres años.

Los resultados derivados de este proyecto pueden resultar de interés para la mejora de la formación de los profesores de matemáticas, pues permitirá identificar cómo, cuándo y por qué surgieron las dificultades a las que suelen enfrentarse los estudiantes cuando se trabajan en el aula temas relacionados con el cálculo infinitesimal, así como los enfoques científicos y estrategias didácticas con las que en el pasado se enfrentaban a ellas.

Palabras clave: cálculo infinitesimal, historia de las matemáticas y educación matemática, plan Pidal, análisis de contenido

Referencias bibliográficas:

Bressoud, D., Ghedamsi, I., Martínez-Luaces, V. & Törner, G. (2016). *Teaching and Learning of Calculus*. Springer Open.

Heeffer, A. (2006). The Methodological Relevance of the History of Mathematics for Mathematics Education. In G. Dhompongsa, F. M. Bhatti & Q. C. Kitson (eds.), *Proceedings of the International Conference on 21st Century Information Technology in Mathematics Education* (pp. 267-276). Chang Mai, Thailand.

Maz, A. (2005). *Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX, (Doctoral PhD)*. Universidad de Granada.

Ruiz, J. (1976) El método histórico en la investigación histórica de la educación. *Revista Española de Pedagogía*, 134, 449-475.

10:45-11:15h

Comunicación: Metodología de la Geometría en la segunda mitad del siglo XIX en España. Análisis de fuentes y su utilización en la formación de profesorado de primaria

Fernanda Suárez-Ruíz, Universidad de Zaragoza

Sergio Martínez-Juste, Universidad de Zaragoza

Antonio M. Oller-Marcén, Universidad de Zaragoza

En esta comunicación presentamos aspectos generales del diseño, aún en fase inicial, de una investigación de tesis doctoral que tiene dos objetivos fundamentalmente. El primero consiste en analizar las propuestas metodológicas para la enseñanza de la geometría publicadas en España a finales del siglo XIX en tratados de pedagogía general. El segundo plantea explorar el uso de dichos documentos como recurso en la formación de profesorado de primaria. Desde un punto de vista metodológico, la investigación se fundamentará en el método histórico de investigación (Ruiz-Berrio, 1976), el modelo MTSK del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (Carrillo-Yáñez et al., 2018) y la investigación basada en diseño (Fowler et al., 2023). Así, esta investigación pretende realizar aportaciones que complementen investigaciones históricas previas centradas en la aritmética (Carrillo-Gallego, 2004) y profundizar en un campo poco explorado todavía, como la posibilidad de la utilización de fuentes originales específicas de la historia de la educación matemática en la formación de profesorado (Muñoz-Escolano y Oller-Marcén, 2023).

Palabras clave: Historia de la educación matemática, formación de profesorado, metodología de la geometría, MTSK

Referencias bibliográficas:

Carrillo-Gallego, D. (2004). *La metodología de la aritmética en los comienzos de las Escuelas Normales (1838-1868) y sus antecedentes* [Tesis doctoral, Universidad de Murcia]. Digitum: Repositorio Institucional de la Universidad de Murcia. <http://hdl.handle.net/10201/26973>

Carrillo-Yáñez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D. y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>

Fowler, S., Cutting, C., Fiedler, S.H. y Leonard, S.N. (2023) Design-based research in mathematics education: trends, challenges and potential. *Mathematics Education Research Journal*, 35(3), 635–658. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00407-5>

Muñoz-Escolano, J.M. y Oller-Marcén, A.M. (2023). Researching the use of old professional journals as a tool for infant education prospective teachers training. In P. Drijvers, C. Csapodi, H. Palmér, K. Gosztonyi, & E. Kónya

(Eds.), *Proceedings of the Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)* (pp. 1945–1952). Alfréd Rényi Institute of Mathematics and ERME.

Ruiz-Berrio, J. (1976). El método histórico en la investigación histórica de la Educación. *Revista Española de Pedagogía*, 134, 449–75.

11:15-11:45h Pausa Café

11:45-12:15h **Comunicación: Evolución de las matemáticas para educación secundaria en España entre 1970 y 2020**

Marta Parrales Soto Uruñuela, Universidad de La Rioja, Logroño

Realizamos un análisis descriptivo y comparativo de los tres programas curriculares de matemáticas que han estado vigentes en la educación secundaria en España correspondientes a las leyes de 1970 (LGE), 1990 (LOGSE) y 2013 (LOMCE). El estudio se realiza desde cuatro niveles de reflexión curricular: fines de la educación, organización del sistema educativo, objetivos y contenidos generales y matemáticos. Encontraremos una serie de características en estas reformas educativas que reflejan la situación socio-cultural, así como los rasgos políticos y pedagógicos de cada época. La comparativa de los fines muestra una gran diferencia en los éticos, políticos y sociales entre la LGE y las dos siguientes; no en vano, se refleja el paso de la dictadura a la democracia. Un gran cambio en la estructuración de los periodos educativos se produjo con la LOGSE al aumentar la edad obligatoria de escolarización hasta los 16 años. Observamos el paso de una mera orientación sobre el desarrollo de los contenidos matemáticos a una disposición mucho más detallada y guiada, llegando a fijar los estándares de aprendizaje que se deben evaluar en cada bloque matemático. La comparación de los contenidos muestra la evolución en la manera más adecuada de enseñar las matemáticas, desde el estructuralismo formal de la “Matemática moderna”, pasando por el constructivismo, hasta la resolución de problemas proceso en que se observa una continuidad en los contenidos matemáticos a lo largo de los años.

Palabras clave: Educación matemática en España; Currículo de matemáticas; Educación secundaria obligatoria.

Referencias bibliográficas:

Rico, L., Díez, A., Castro, E. y Lupiáñez, J.L. (2011). Currículo de matemáticas para la educación obligatoria en España durante el periodo 1945 – 2010. *Educatio Siglo XXI*, 29(2), 139-172.

Stenhouse, L. (1983). Curriculum research and the art of the teacher. En L. Stenhouse (Ed.), *Authority, education and emancipation*. (pp.155-162). Heinemann.

Ministerio de Educación y Ciencia (1971). Educación General Básica. Nuevas Orientaciones, Segunda Etapa. Madrid: Magisterio Español.

12:15-12:45h

Comunicación: La educación matemática inicial en el siglo XIX

María José Madrid, Universidad Pontificia de Salamanca

En 1857 se aprueba en España la Ley de Instrucción Pública, conocida como Ley Moyano. Esta ley recoge en su Título 1, de la Primera Enseñanza, 11 artículos que sientan las bases sobre esta enseñanza y, entre otras cuestiones, diferencian algunas de las materias que se imparten a niños y niñas. De este modo, en la Primera Enseñanza elemental y superior de las niñas se omitirán las materias: Breves nociones de Agricultura, Industria y Comercio, según las localidades; Principios de Geometría, Dibujo lineal y Agrimensura; y Nociones generales de Física y de Historia natural acomodadas á las necesidades más comunes de la vida; que se reemplazarán por Labores propias del sexo; Elementos de Dibujo aplicado a las mismas labores; y Ligeras nociones de Higiene doméstica. Nuestra propuesta tiene como objetivo la localización y el posterior análisis de libros de texto de matemáticas para la Primera Enseñanza publicados entre 1857 y 1901, cuando comienza el periodo de influencia del plan Romanones. Para ello, se llevará a cabo una investigación descriptiva de tipo histórico-matemático, enfocada en el análisis de libros de textos del pasado mediante el análisis de contenido. Estos análisis nos permitirán comparar la educación matemática inicial recibida por niñas y niños en este período, mostrando las similitudes y las diferencias entre ambas a nivel no solo de contenido matemático, sino también considerando otros aspectos didácticos.

Palabras clave: Historia de la Educación Matemática, libros de texto, siglo XIX, Ley Moyano.

Referencias bibliográficas:

Gómez, B. (2011). Marco preliminar para contextualizar la investigación en historia y educación matemática. *Epsilon*, 28(1), 9-22.

Ley de Instrucción pública autorizada por el Gobierno para que rija desde su publicación en la Península é Islas adyacentes, lo que se cita. *Gaceta de Madrid*, núm. 1710, de 10 de septiembre de 1857.

Sierra, M., Rico, L., y Gómez, B. (1997). El número y la forma: libros e impresos para la enseñanza de la Aritmética y la Geometría. En A. Escolano (Ed.), *Historia Ilustrada del Libro escolar en España. Del Antiguo Régimen a la Segunda República* (pp. 373-398). Fundación Germán Sánchez Ruipérez.

12:45-13:30h

Comunicación: Nuevas noticias sobre los dos errores de Marco Aurel señalados por Rey Pastor

Luis Puig, Universitat de València Estudi General

Hace unos años examiné los dos errores que señaló Rey Pastor (1913) en la *Arithmetica Algebratica* de Marco Aurel y cómo aparecen en las álgebras de Juan Pérez de Moya, Antich Rocha y Juan Baptista Tolra, que copiaron de él, e indiqué que no tenía noticia de la existencia de esos errores en textos anteriores al de Marco Aurel, de los que pudiera haberlos tomado (Puig, 2018). El texto de Marco Aurel, publicado en Valencia en 1552, veintisiete años después del *Die Coss* de Christoff Rudolff, es tan similar a éste en la parte de álgebra, que cabe pensar que *Die Coss* sea su fuente fundamental, aunque resulte extraño entonces que contenga los errores, ya que éstos no están en el texto de Rudolff. En mi texto apunté que uno de los errores se podía derivar de una mala traducción al español

por parte de Marco Aurel de la regla para resolver la sexta forma canónica de las ecuaciones de segundo grado tal y como está enunciada en *Die Coss*, aunque suponer esa mala traducción sea poco razonable siendo Marco Aurel alemán.

En esta comunicación examino la presencia de este error en álgebras escritas en alemán anteriores al *Die Coss* de Christoff Rudolff, a las que he llegado gracias a Høyrup (2023). También examino la presencia del otro error en el álgebra de Bombelli, publicada en 1572, pero de la que existe un manuscrito previo fechado en la década de los cincuenta de ese siglo.

Palabras clave: historia del álgebra, lo negativo, errores

Referencias bibliográficas:

Puig, Luis. (2018). Dos errores famosos en la *Arithmetica Algebraica* de Marco Aurel reconsiderados. En Dolores Ruiz-Berdún (Ed.) *Ciencia y Técnica en la Universidad*, Vol. II (pp. 215-228). Alcalá de Henares: SEHCYT y Universidad de Alcalá.

Rey Pastor, Julio (1913). *Discurso leído en la solemne apertura del curso académico de 1913 á 1914. Los matemáticos españoles del siglo xvi*. Oviedo: Establecimiento Tipográfico de Antonio P. Santamarina, sucesor de Adolfo Biun.

Høyrup, Jens (2023). Book review. *Adam Ries, Coß 1*. 2 vols., Bernd Rüdiger, Gebhardt Rainer, Menso Folkerts (Eds.). Adam-Ries-Bund, Annaberg-Buchholz. *Historia Mathematica* 64, 48-56.

13:30-13:45h

Balance del Seminario y próxima reunión SEIEM 2024 Córdoba