

Grupo Pensamiento numérico y algebraico

XXV Simposio de la SEIEM (Santiago de Compostela 2022)



Coordinadora del grupo: Alicia Bruno Castañeda (abruno@ull.edu.es). Univ. de La Laguna

Sesión celebrada el viernes 2 de septiembre de 2022

En este documento describimos la actividad realizada en el grupo PNA en el contexto del XXV Simposio de la SEIEM, celebrado en Santiago de Compostela los días 1, 2 y 3 de septiembre de 2022. Se dispuso de una sesión de trabajo en la que se presentaron 5 comunicaciones sobre investigaciones realizadas por especialistas de diferentes universidades españolas. Cada ponente dispuso de 15 minutos para presentar su trabajo y, a continuación, los asistentes aportaron sugerencias y propuestas de mejora durante 10 minutos. En la parte final de la segunda sesión, se abrió un turno abierto de sugerencias a los asistentes con la finalidad de mejorar su funcionamiento. A continuación detallamos los resúmenes de las comunicaciones presentadas.

Perfiles de estudiantes de primaria y secundaria: concepto de tasa

Castillo, S., Fernández, C. y González-Forte, J.M. (Universidad de Alicante)

Resumen: El presente trabajo es parte de un estudio más amplio centrado en cómo los estudiantes de Educación Primaria y Secundaria comprenden el concepto de razón y tasa cuando resuelven problemas de comparación de razones. Se entiende razón como el resultado de comparar dos cantidades multiplicativamente, y tasa como una razón constante (Thompson, 1994), de modo que disponer del concepto de tasa requiere disponer previamente del concepto de razón.

954 estudiantes desde 6.º curso de Educación Primaria hasta 4.º curso de Educación Secundaria resolvieron un problema de comparación de razones compuesto por cuatro cuestiones, diseñado a partir de las fases de Participación y Anticipación (Tzur & Simon, 2004), relacionadas con la construcción de un nuevo concepto. La cuestión a) se diseñó para comprobar si el concepto de razón estaba disponible previamente. Las cuestiones b) y c) se diseñaron para provocar el concepto de tasa a partir del concepto de razón. La cuestión d) se diseñó para comprobar si el concepto de tasa estaba disponible.

El análisis de las respuestas de los estudiantes se realizó en dos fases. La primera fase consistió en un análisis inductivo de generación de categorías (Castillo et al., 2022). Estas categorías se obtuvieron según la identificación por parte de los estudiantes de los diferentes elementos implicados en las cuestiones: las cantidades extensivas a comparar, la relación multiplicativa entre ellas, la técnica de normalización empleada para establecer la comparación, el referente o cantidad de referencia, la igualdad o desigualdad de razones, la variación de las cantidades extensivas y la constancia de la cantidad intensiva.

La segunda fase de análisis tenía como objetivo identificar grupos de estudiantes (perfiles) con patrones de respuesta cualitativamente similares. Para ello, se llevó a cabo un análisis clúster con las categorías identificadas en la primera fase. Los perfiles obtenidos nos permiten identificar el comportamiento que los estudiantes han mantenido a lo largo del problema, ofreciendo información sobre qué elementos son importantes en la comprensión de los conceptos de razón y tasa.

Agradecimientos: Esta investigación ha recibido el apoyo del proyecto EDU2017-87411-R financiado por el MINECO, España y de la beca pre-doctoral de este mismo proyecto (PRE2018-083765) y del proyecto GRE20-11A de la Universidad de Alicante, España.

Referencias

Castillo, S., Fernández, C., & Canavarro, A.P. (2022). The use of the ratio and rate concepts by students in primary and secondary school. In C. Fernández, S. Llinares, A. Gutiérrez, & N. Planas (Eds.), *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 107-114). Alicante, Spain: PME.

Thompson, P. (1994). The Development of the Concept of Speed and its Relationship to Concepts of Rate. In G. Harel, & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 179–234). Albany, NY, USA: SUNY Press.

Tzur, R., & Simon, M. (2004). Distinguishing two stages of mathematics conceptual learning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2, 287-304.

Diseño e implementación de tareas para trabajar el sistema de numeración en el Grado de Magisterio de Educación Primaria

Arnal-Palacián, M. y Begué, N. (Universidad de Zaragoza)

Resumen: Los maestros en formación tienen que ser capaces de diseñar propuestas de enseñanza que apoyen y favorezcan el proceso de enseñanza de su futuro estudiantado. Desde el interés por fomentar la adquisición de estas competencias, se ha utilizado una muestra de 20 de estudiantes en Magisterio en Educación Primaria el diseño de situaciones para el trabajo de los contenidos asociados con el número natural, y 49 alumnos de 1º de Educación Primaria que resolvieran dichas situaciones. En particular, se demanda al futuro profesorado el diseño de tareas para la adquisición del sistema de numeración tras su posterior trabajo tanto en las clases teóricas como prácticas de la asignatura Didáctica de la Aritmética I. El análisis de las producciones propuestas revela las dificultades que los estudiantes muestran no solo para el diseño de situaciones ricas que den sentido al objeto matemático, sino también los propios obstáculos asociados al concepto. Con la finalidad de ayudar al alumnado a superar esas dificultades, tras la resolución de las tareas propuestas por alumnado de 1º de primaria, el estudiante tiene la posibilidad de revisar dichas producciones junto con la observación a la tarea elaborada por la tutora del grupo de alumnos de primaria. Tras la revisión y discusión, el alumnado tiene la posibilidad de reflexionar sobre el enriquecimiento de este tipo de praxis para su formación. En general, identifican la necesidad de reflexionar sobre el diseño de tareas desde una perspectiva crítica que contemple el contenido didáctico-matemático impartido en la asignatura del Grado.

Agradecimientos: Trabajo financiado dentro del proyecto PIIDUZ_180 de la Universidad de Zaragoza en la convocatoria PIIDUZ (2021-2022).

Sentido numérico acerca de los números reales: conocimientos y habilidades usados en operaciones de forma general

Garrido-Adame, V. Figueras, O. y Martínez-Ortega, M. (Centro De Investigación y De Estudios Avanzados Del IPN)

Resumen: Hacer operaciones de forma general, sin conocer los números con los cuales se hacen cálculos o estimaciones, requiere de un buen sentido numérico. Para el desarrollo de la investigación que se describe se ha propuesto al sentido numérico como *el conjunto de conocimientos y habilidades acerca de los números reales que usa una persona para hacer juicios matemáticos y desarrollar estrategias numéricas al resolver problemas*. Los conocimientos son las propiedades de dicho sistema numérico y las habilidades son sobre el uso de los números reales y las diferentes formas de representarlos. En este informe se exponen aquellos conocimientos y habilidades que estudiantes recién ingresados al bachillerato –jóvenes de 15 y 16 años de edad– pusieron de manifiesto al resolver operaciones de forma general.

La tarea sobre operaciones de forma general planteada a los estudiantes fue adaptada de una propuesta en NCTM (2000). En esta se mostraba una recta numérica de -1 a 2 en la que se indicaban los puntos: a, b, c en el intervalo [-1,0]; d, e, f en [0,1]; h, g en [1,2], y se les pedía responder ¿qué punto está más cerca del producto ab ?, ¿cuál punto corresponde a $|c|$?, ¿qué punto de la recta podría representar $1/f$?, ¿qué punto está más cerca de \sqrt{e} ? y ¿cuál de los puntos está más cerca de \sqrt{h} ?; solicitándoles en cada caso que justificaran su respuesta.

Se esperaba que los jóvenes al contestar las preguntas planteadas usarán habilidades para *comparar números, usar puntos de referencia, vincular símbolos de operación y relación de manera significativa, reconocer los efectos de las operaciones en los números, hacer estimaciones y ubicar números en la recta numérica*. Dichas habilidades forman parte de las quince propuestas como indicadores del uso de sentido numérico en la investigación global que se lleva a cabo.

Como los estudiantes para responder las preguntas de un cuestionario inicial podían usar calculadora, en el análisis de los datos se indicó si las respuestas eran de un estudiante que la utilizó o no con el objetivo de explorar si el uso de este aparato era significativo. Sin embargo, para las respuestas de las preguntas mencionadas anteriormente la calculadora no es necesaria, tal como lo expresaron algunos alumnos.

La principal estrategia usada por los estudiantes fue asignar valores numéricos a los puntos representados con literales, con este acercamiento se pudo observar cuales habilidades se emplearon y que dificultades enfrentaron. Se usaron conocimientos como la existencia de inversos multiplicativos, leyes de los signos, el cero como elemento neutro de la adición y que el valor absoluto de un número se refiere a una distancia. Las habilidades empleadas fueron: comparar números; usar los números -1, 0 y 1 como puntos de referencia; vincular símbolos de operación y relación; y hacer estimaciones de la raíz cuadrada de un número. Sin embargo, los alumnos tuvieron dificultades para leer e interpretar la raíz cuadrada de una fracción, ubicar en la recta numérica los números mayores a -1 y menores a 1, así como para compararlos y ordenarlos.

Referencias

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA. NCTM

Diferentes interpretaciones de la variable al resolver tareas de comparación de funciones.

Pérez Martos, M.C. y Moreno Verdejo, A. (Universidad de Granada)

Resumen: Con esta investigación describimos los hallazgos de un experimento didáctico cuyo objetivo general es identificar y analizar las diferentes interpretaciones que se hacen de las variables en un grupo de alumnos de quinto de Educación Primaria al comparar funciones. Para alcanzar nuestro objetivo hemos hecho uso de un modelo de análisis de elaboración propia, confeccionado en base al Modelo 3UV propuesto por Ursini y Trigueros. Del análisis del discurso de los alumnos presente en ciertos vídeos y de las cartulinas que

realizan, conseguimos obtener ciertos resultados entre los cuales merece la pena destacar que al comparar funciones, se usa más de una interpretación de la variable.

Una Mirada a los Números Pares, Impares e Igualdades Numéricas: ¿Cómo Justifican Generalizaciones los Niños de 9-10 años según su Pensamiento Algebraico?

Embid, S., Molina, M. y Pinto, E. (Universidad de Granada)

Resumen: La agenda investigadora del *early algebra* tiene entre sus horizontes ampliar los estudios sobre generalización matemática y aritmética generalizada. Tras aplicar un experimento de enseñanza, evidenciamos cómo los estudiantes chilenos de 9-10 años justifican relaciones matemáticas generales sobre números pares, impares e igualdades numéricas en un contexto que fomenta la comunicación y debate de ideas matemáticas. Este trabajo aporta una caracterización novedosa para las justificaciones de generalizaciones en función del pensamiento algebraico evidenciado y las representaciones empleadas. Nuestros resultados muestran una gran riqueza en la construcción de argumentos de enfoque relacional que se sofistican a medida que avanza la instrucción.